Geometri (Jordmätning)

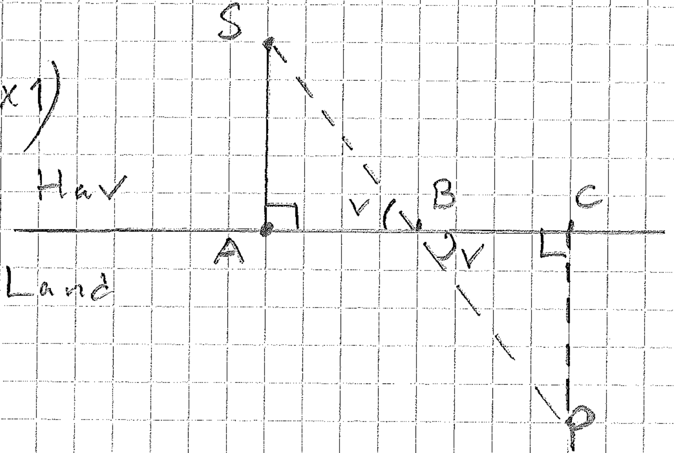
* Första bondekulturerna uppstod för ca 10 tusen år sedan.

* Den grekiska matematiken blomstrade −600 till 400. (Euklides, Pythagoras, Arkimedes ...)

* I Europa från 1600-talet och framåt har nya geometrier studerats: Projektiv, Hyperbolisk och Fraktal geometri.

Kap 1:

1.1 Längder: Ex1)



AS = ?

På land konstruerar vi en triangel BCP som är kongruent med triangeln ABS. Detta eftersom vinklarna ABS och CBP är lika och AB = BC.

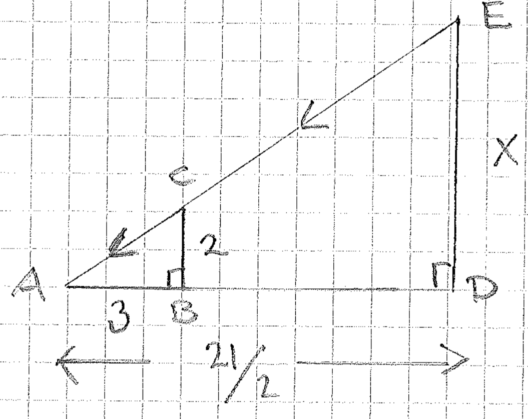
Så $AS = CP$

Ofta förekommer beteckningarna

$\triangle ABS$ för triangeln ABS

och $\angle ABS$ för vinkeln ABS.

Ex 2)

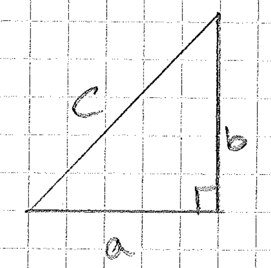


$X = ?$

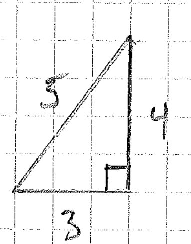
$\triangle ACB$ och $\triangle ADE$ är

likformiga. Så $\frac{X}{21/2} = \frac{2}{3} \iff X = 7$.

Pythagoras Sats. (-600)



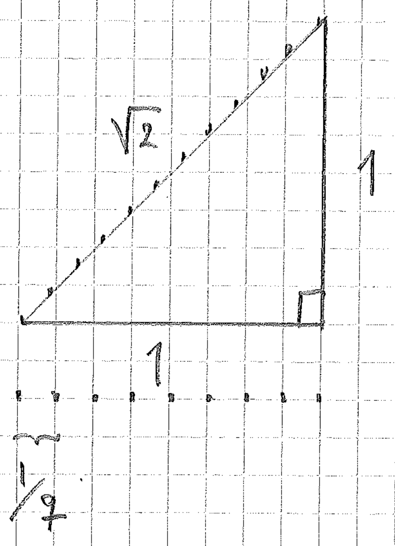
$c^2 = a^2 + b^2$



$5^2 = 25 = 9 + 16 = 3^2 + 4^2$

OBS Sidan och diagonalen i en kvadrat kan inte ha ett gemensamt mått! OBS

För i så fall ....



$\sqrt{2} \neq \frac{11}{8}$

$1^2 + 1^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$

$1 = q \cdot \frac{1}{q}$

Om $\sqrt{2} = \frac{p}{q} = p \cdot \frac{1}{q}$

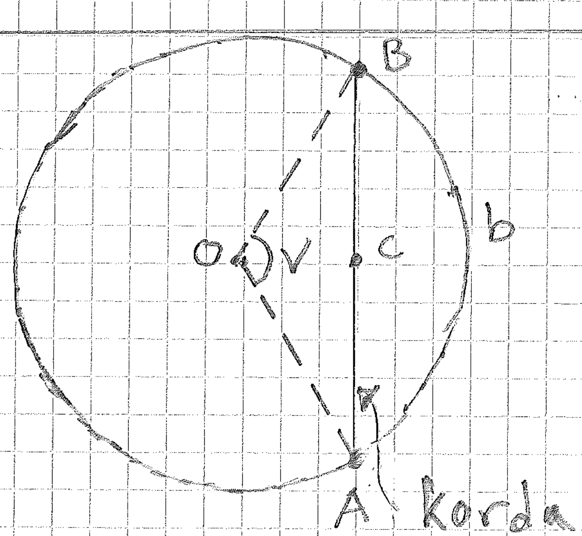
så får vi att $1^2 + 1^2 = \left(\frac{p}{q}\right)^2 = \frac{p^2}{q^2}$

$\Leftrightarrow \quad p^2 = 2q^2$

Men det finns inga heltal p och q för vilka $p^2 = 2q^2$!

Pythagoras: "Talen kan man inte lita på. Låt oss hålla på med geometri istället".

1.2 Vinklar



$r = 1$

$D = 2$

$O = 2\pi \quad , \quad \pi = \frac{O}{D}$

$b = \frac{v}{360} \cdot 2\pi$

3

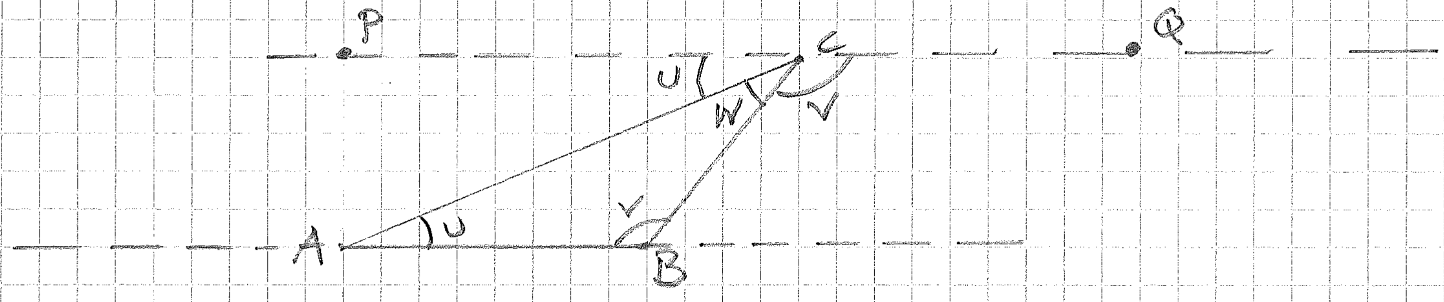
b också ett mått på $\angle AOB$.

OBS $BC = \sin \frac{v}{2}$

$OC = \cos \frac{v}{2}$

Sin och cos är <u>trigonometriska funktioner</u>. Trigonometri betyder triangelmätning.

Euklides 32:a sats: Vinkelsumman i en triangel är två räta.



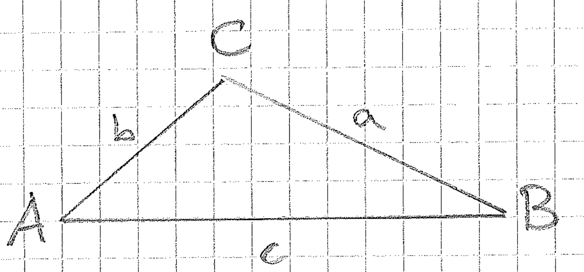
$$u + w + v = \pi$$

$\angle CAB$ och $\angle ACP$ är <u>alternatvinklar</u>.

Liksom $\angle ABC$ och $\angle BCQ$.

Om förlängningarna av PQ och AB är parallella så säger Euklides 29:e sats att alternatvinklarna är lika stora.

Två viktiga satser om trianglar

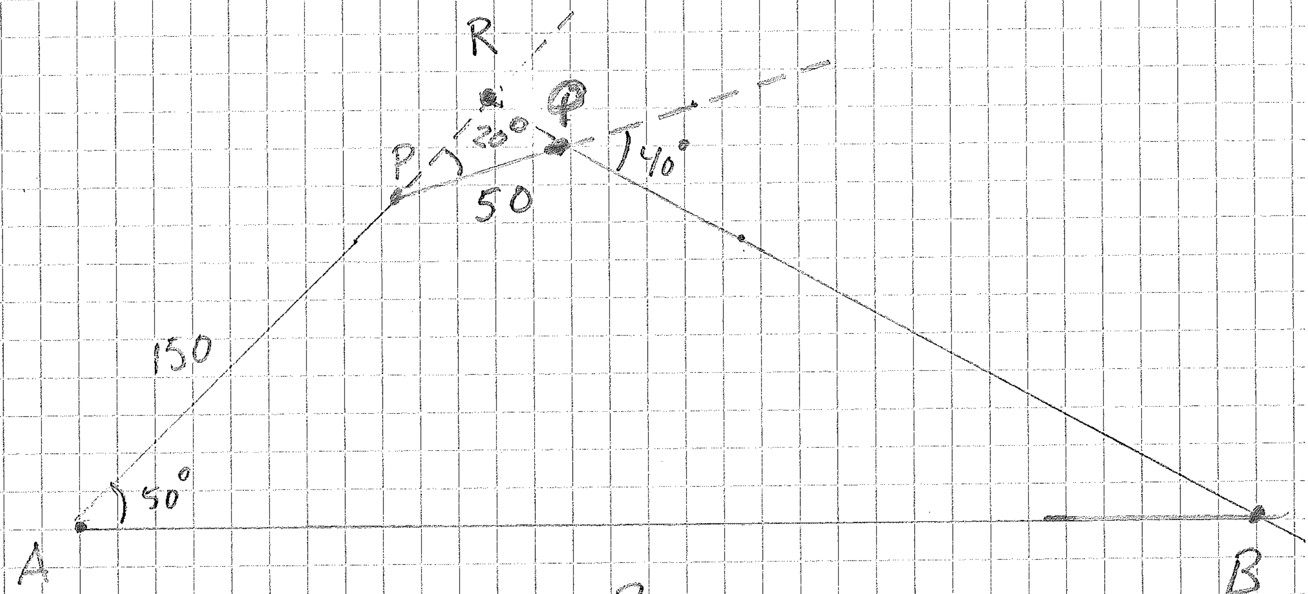


$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$ (sinus-satsen)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$ (cosinus-satsen)

---

8)

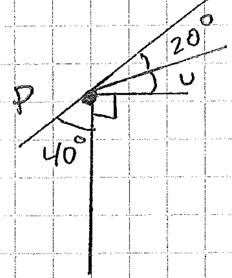


AB = ?

Min strategi:

$AB = AP \cdot \cos 50^\circ + PQ \cos u + BQ \cos v$

$AP = 150$, $PQ = 50$, $u = 30^\circ$



$v = \angle ABR$, $BQ = ?$

För att få fram BQ och v så studera $\triangle PRQ$,

1) $\angle PRQ = ?$, $PR = ?$

2) $v = ?$

3) $BR = ?$

4) $RQ = ?$

5) $BQ = ?$

Allt detta ger att

$AB = 96.42 + 43.30 + 793.45$

$\approx 933\ m$