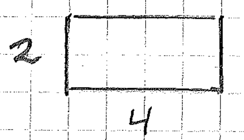
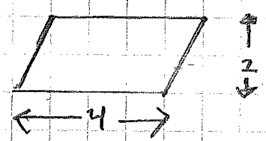
Kap 1 (forts.)

1.3 Areor

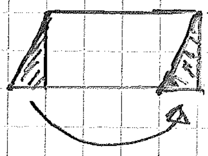


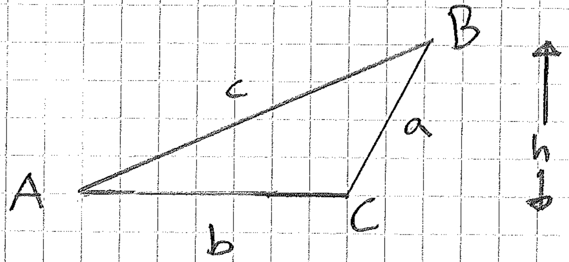
$A = 2 \cdot 4 = 8$



$A = 4 \cdot 2$

På varje höjd är längden den samma!





$T = \frac{b \cdot h}{2}$ men $h = c \cdot \sin A$

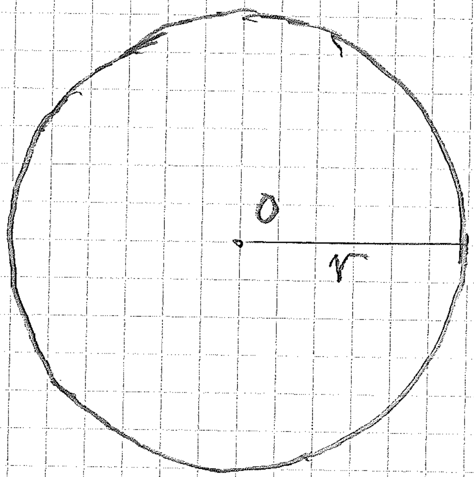
så $T = \frac{b \cdot c \cdot \sin A}{2}$

Med hjälp av Herons formel

$$T = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad (*)$$

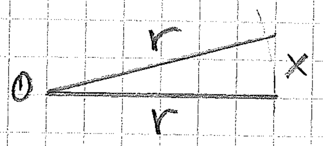
kan vi beräkna arean av en triangel med hjälp av sidorna. Se sid 21 och 22. Här är $p = \frac{a+b+c}{2}$. OBS Rätt dimension i (*)

$$\sqrt{m \cdot m \cdot m \cdot m} = \sqrt{m^4} = m^2$$



$$A = \pi r^2$$

Dela in cirkeln i smala tårtbitar som nästan är trianglar. (se sid 22)



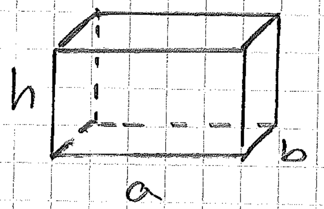
$$A \approx \frac{x \cdot r}{2}$$

så om cirkeln består av n sådana tårtbitar får vi arean till

$$n \cdot \frac{x \cdot r}{2} = \cancel{n}(2\pi r/\cancel{n}) \cdot \frac{r}{2} = \pi r^2$$

1.4 Volymer.

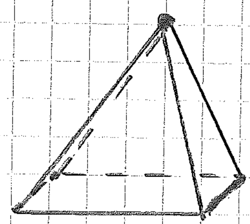
$V = a \cdot b \cdot h =$
$B \cdot h$



Rätblock

även $V = B \cdot h$ för prismor.

Pyramid

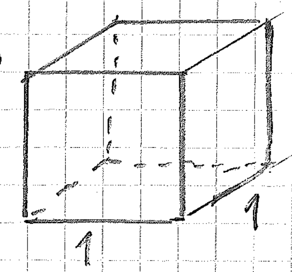


$$V = \frac{B \cdot h}{3}$$

Hur kan vi förstå 3:an i nämnaren?

Om vi studerar en kub med sidan ett så ser vi att den kan delas in i 3 lika

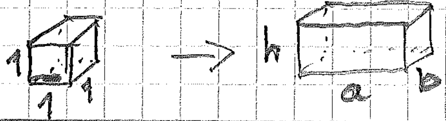
stora pyramider



Utgå t.ex. från hörnet P och dra strålar mot de tre motstående sidorna. För denna pyramid gäller alltså

$$V=\frac{1\cdot 1\cdot 1}{3}$$

$$\longrightarrow \quad V=\frac{a\cdot b\cdot h}{3}=\frac{B\cdot h}{3}$$ för en pyramid

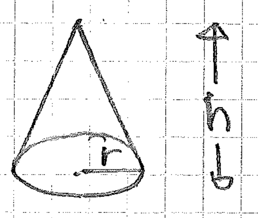


Cavalieris princip.

Två kroppar som på varje höjd har samma tvärsnittsarea har samma volym.

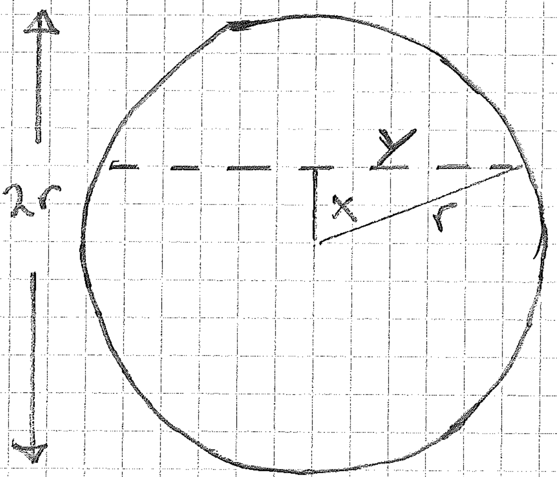
Så också för en kon

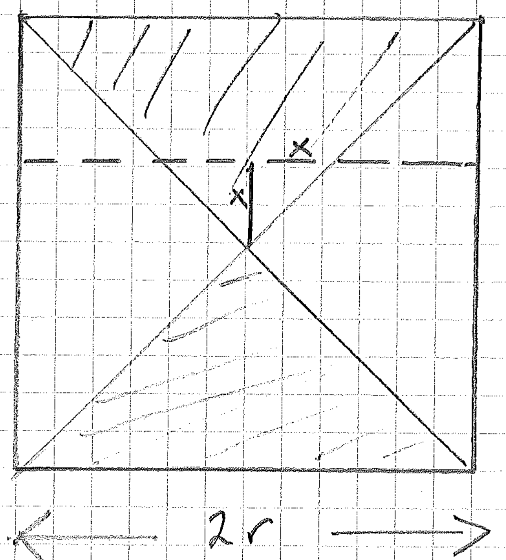
är $V=B\cdot h/3$



Här är $B=\pi r^2$

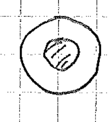
Klotets volym kan nu fås genom att studera en urgröpt cylinder vid sidan om klotet.





$$A(x) = \pi y^2 =^{*} \pi(r^2 - x^2)$$

$$A(x) = \pi r^2 - \pi x^2$$



Så enligt Cavalieri är klotets volym lika med den urgröpta cylinderns volym som är

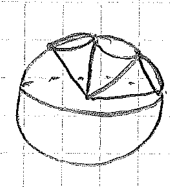
$$V_{cyl} - 2\,V_{kon} =$$

$$\pi r^2 \cdot 2r - 2\,\frac{\pi r^2 \cdot r}{3} =$$

$$\frac{4\pi}{3} r^3 = V_{klot}$$

Vad blir klotets area S_{klot}?

Jo $V_{klot} = r \cdot S_{klot} / 3$



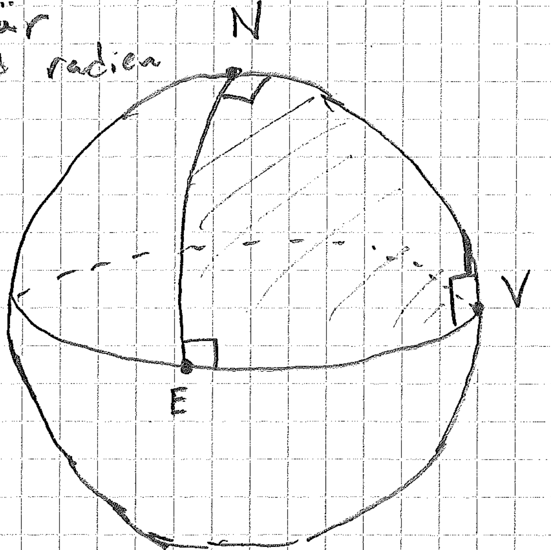
$S_{klot} = 4\pi r^2$

47

* enl Pythagoras sats.

1.5 Sfärisk geometri

Sfär med radien R



* "De räta linjerna" är nu ersatta av storcirklar

* Vinkelsumman i trianglar är nu $> \pi$.

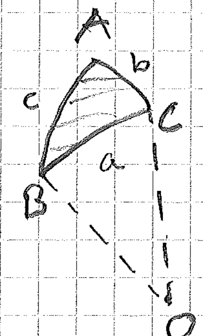
$N+E+V = \frac{3\pi}{2}$

* Arean av en sfärisk tringel är R^2 gånger <u>vinkeldefekten</u>.

Triangeln NEV har arean

$$R^2 \cdot \left(\frac{3\pi}{2} - \pi \right) = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{4\pi R^2}{8}$$

* Sinusteoremet $R=1$



$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$$

OBS $\sin a \approx a$ o.s.v. för små vinklar.

* Cosinusteoremet $R=1$

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

OBS $\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$, $\sin x \approx x$ för små vinklar