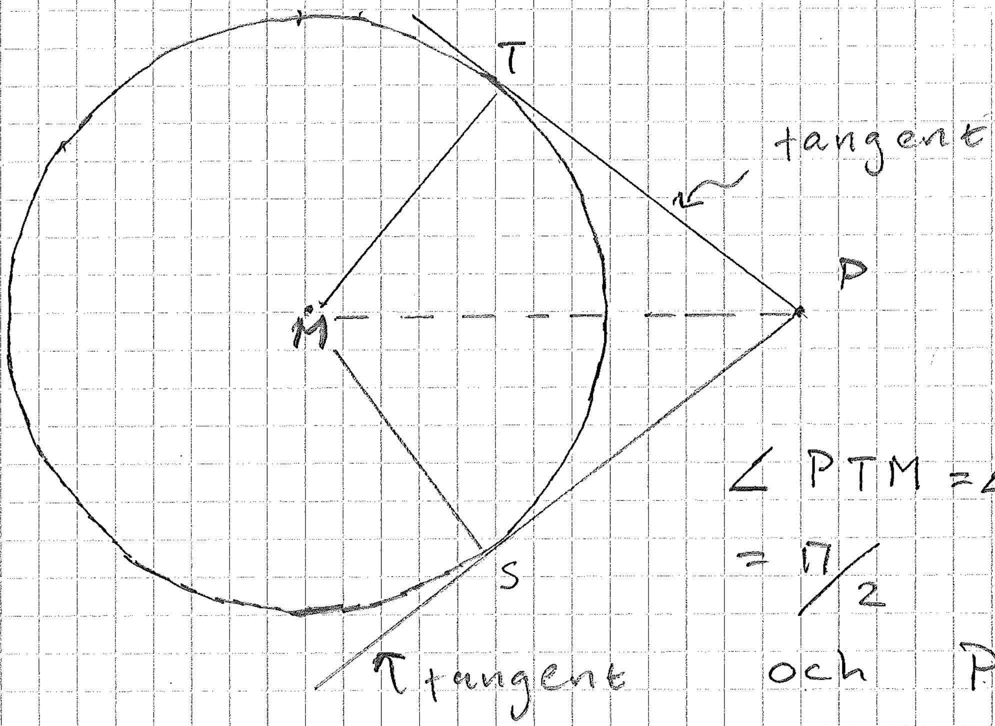
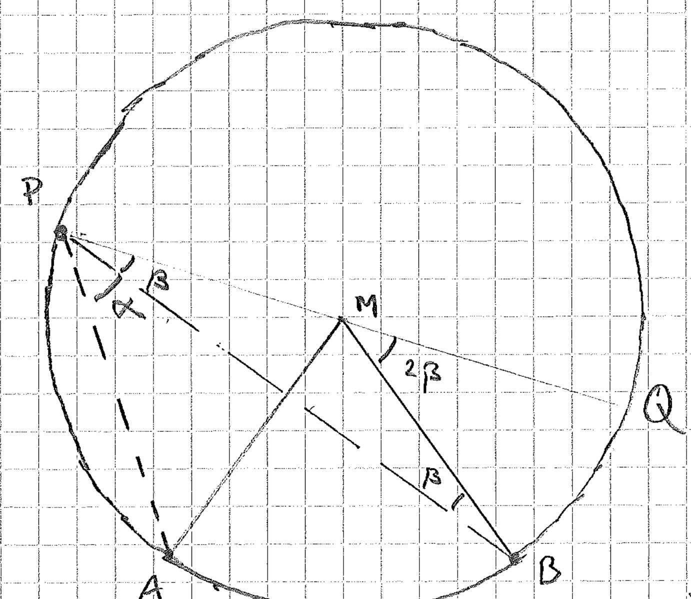
2.7 Om cirklar och trianglar.



$\angle PTM = \angle PSM = \pi/2$ och $PS = PT$.

$PS = PT$ eftersom $\triangle PTM$ och $\triangle PSM$ är kongruenta



$\angle AMB = 2 \cdot \angle APB$

$\beta = \angle BPM = \angle PBM \Rightarrow \angle BMQ = 2\beta$

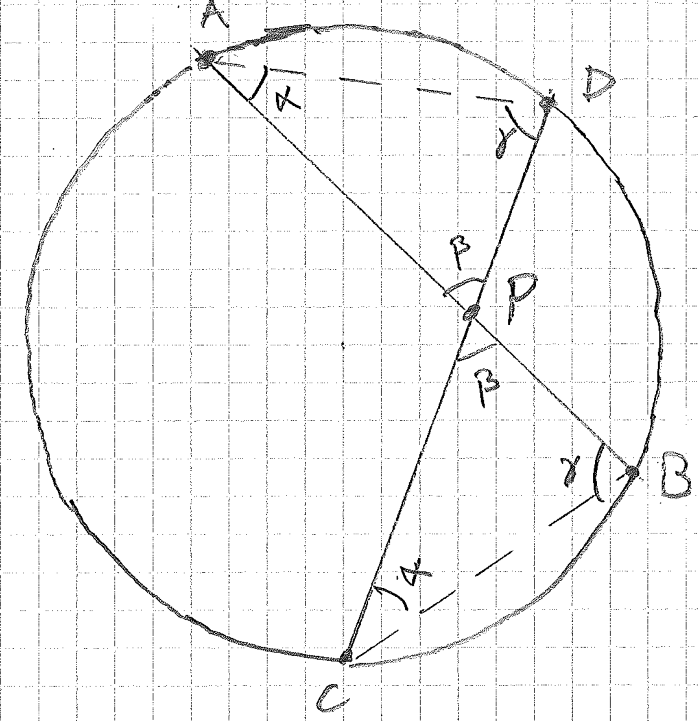
P.S.S. $\angle PAM = \alpha + \beta \Rightarrow \angle AMQ = 2(\alpha+\beta)$

så $\angle AMB = 2(\alpha+\beta) - 2\beta = 2\alpha$

$= 2 \cdot \angle APB$.

OBS $\angle APB = \pi/2$ om AB är en diameter.

Kordasatsen

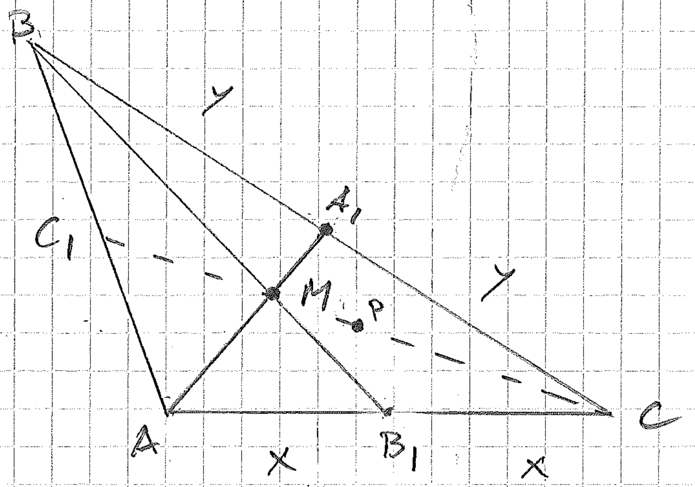


Då gäller att $PA \cdot PB = PC \cdot PD$

eftersom $\triangle ADP$ och $\triangle PCB$ är likformiga. $PA/PC = PD/PB$

I en triangel gäller att de tre

1) medianerna går genom en punkt M



CM skär AB i en punkt C_1.

Är $AC_1 = BC_1$?

i) $A_1B_1 \parallel AB$

ii) $\triangle MA_1B_1$ och $\triangle MAB$ är likformiga.

iii) M delar AA_1 och BB_1 i förhållandet 2:1.

iv) CC_1 skär A_1B_1 i punkten P.

v) $C_1A = 2A_1P$, $C_1B = 2A_1P$

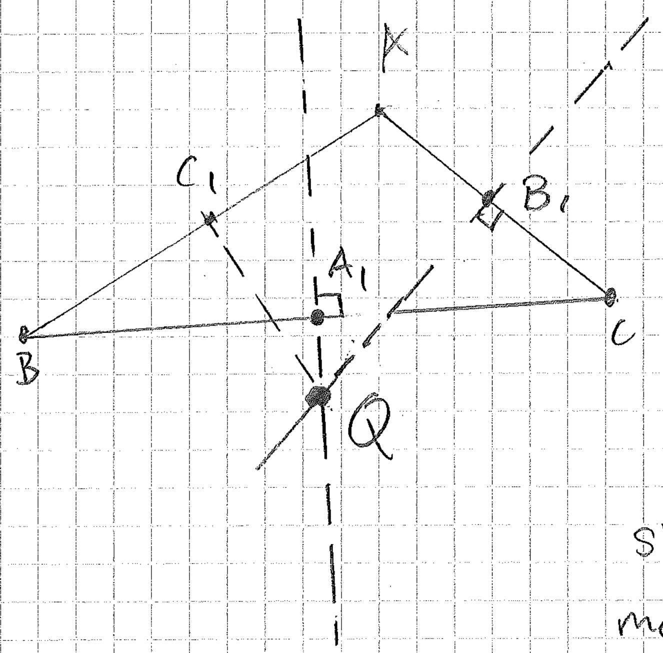
eftersom $\triangle C_1AM$ och $\triangle A_1MP$ är likformiga liksom $\triangle CPA_1$ och $\triangle CC_1B$

Alltså är CC_1 en median.

M är triangelns tyngdpunkt.

2) De tre bisektriserna går genom en punkt P. P är medelpunkt för den inskrivna cirkeln till triangeln.

3) De tre mittpunktsnormalerna skär varandra i en punkt Q



i) Dra mittpunkts-normalerna till AC och BC.

ii) Förbind skärningspunkten Q med mittpunkten C_1 på AB.

Är $\angle QC_1A$ rät?

Bevis. $BQ = QC$ och $QC = AQ$

$\Rightarrow BQ = AQ.$

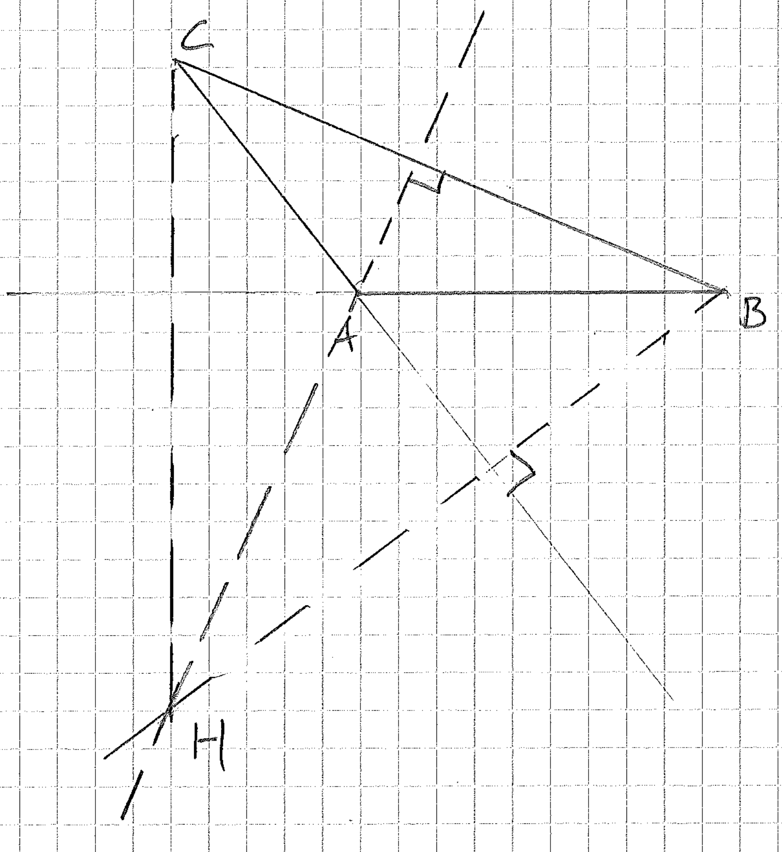
$\triangle BC_1Q$ och $\triangle AC_1Q$ är kongruenta (SSS).

Så $\angle BC_1Q = \angle QC_1A = \pi/2$

Q är medelpunkt för den omskrivna cirkeln till triangeln.

Till sist ....

4) De tre höjderna skär varandra i en punkt H



Höjderna genom A och B skär varandra i H.

Är CH ⊥ mot AB ?