Linneuniversitetet
Matematik
Hans Frisk

Läsanvisningar för kapitel 3,4,5,6,7,8

Kapitel 3; Ingen teori, bara intressanta problem där man får testa sitt skarpsinne. Det går att öva upp sin förmåga att lösa problem! Som svampplockaren VET var kantarellerna finns så har den erfarne problemlösaren en känsla för vad som skall göras. Det finns 2 fina böcker om problemlösning på Studentlitteratur: P. Vaderlind, Matematiska Umaningar och på engelska V Ufnarovski m.fl Mathematical Buffet för den som söker riktiga utmaningar.

I kapitel 7 är 7.1-7.2 av intresse för oss i denna kurs. Där tar man upp konstruktioner med passare och linjal, antikens miniräknare! De fyra räknesätten och rotutdragningar kan man göra med dessa 2 verktyg. Att invertera en sträcka OA i en cirkel med radien 1, d.v.s. att finna sträckan 1/OA behöver vi när vi kommer till hyperbolisk geometri. Men andra tal som $2^{1/3}$ och $\sqrt{\pi}$ gick man bet på. När den abstrakta algebran kom på 1800-talet kunde man visa att det är omöjligt att konstruera dessa tal (med passare och linjal). Denna algebra tas upp i 7.3-7.6 men ligger utanför denna kurs. Likaså vinkelns tredelning är i allmänhet omöjlig att göra. Men du kan dela en rät vinkel i tre lika stora delar (tänk på den liksidiga triangeln).

Kapitel 4: Inga veckouppgifter på kapitel 4 men muntauppgift om de 3 kägelsnitten. Grekerna var mycket intresserade av kägelsnitten men använde inte koordinater. Och på 1600-talet insåg Newton m.fl. att planeterna rör sig i ellipsbanor kring solen! I kapitel 4 presenteras också den analytiska geometrin, d.v.s. man använder kooordinater. Se t.ex. beviset för att medianerna skär varandra i en punkt. Vilket bevis gillar du bäst, detta i kapitel 4 eller det i 2.7? Observera att koordinataxlarna behöver ej vara vinkelräta mot varandra och enheterna i de två riktningarna kan vara olika långa.

När det gäller projektiv geometri (PG), hyperbolisk geometri (HG) och fraktal geometri (FG) är det mina anteckningar som i första hand gäller och boken får ses som brevidläsning. Mer om dessa geometrier nedan.

Innan man börjar med PG så kan 6.1-6.2 vara bra att läsa. Isometrier -> Likformighetsavdelningar-> Affiniteter->Projektiva avbildningar. Man får mer och mer frihet att knåda till figurerna. Givet 2 trianglar, vilka som helst, så finns det en affinitet som avbildar den ena på den andra.

Kapitel 5 handlar om PG men hoppar mellan 2 och 3 dimensioner. Jag håller mig till två dimensioner och vill i Euklides anda ge en axiomatisk framställning. A Course in Modern Geometries av Judith Cederberg är en fin bok jag studerat en del. Avsnitt 5.1 ger den historiska bakgrunden till PG. Det kan du läsa men när det gäller teorin så är det mina anteckningar som gäller.

HG tas upp i 8.1-8.5 men jag följer främst andra böcker så se mina anteckningar. Träffade en f.d student på kursen som erkände att hen fortfarande inte förstod HG. Kanske beror svårigheten på att modellernas linjer nu är cirkelbågar. Men ljus kan under vissa omständigheter böjas så det rör sig längs en cirkelbåge så det inte så konstigt egentligen. Hur som helst, det är logiskt OK att rucka på Euklides 5:e postulat och det måste utforskas! Min inspelning som jag gjorde för några år sedan är lite för ambitiös. Vi skall koncentrera oss på 2 modeller av HG, Poincarés halvplan och Poincarés cirkelmodell. Så det blir konstruktioner med passare och linjal vi kommer ägna oss åt.

Vill man utforska FG så finns mycket intressant på webben som t.ex.*kevs3d.co.uk/dev/lsystems/* där man kan skapa sin egen fraktal. Nedan följer lite mer om de tre geometrierna..

PG: Jag följer Modern Geometries av Judith Cederberg. Nyligen har jag också hittat Projektiv Geometri av Bengt Ulin. Vad kan man göra med bara en ograderad linjal? Ja inte en liksidig triangel i alla fall och vinklar och avstånd är inte längre intressanta! Bara vissa relationer mellan punkter och linjer och de kallas för perspektiv avbildningar (tänk på konstnären som målar av något). Perspektiv avbildningar kan sättas samman till projektiva avbildningar. OBS vi håller oss till det projektiva planet, alltså till 2 dimensioner (2D). En viktig ingrediens i PG är att inkludera oändlighetspunkter och en oändlighetslinje. Teorin blir snyggare då. Två parallella linjer skär varandra! (i en oändlighetespunkt). En annan vacker sak är dualiteten. Man byter linjer mot punkt och ligger på en linje mot skär varandra i en punkt och vips har man fått en ny sats i PG. Om man tar varje axiom i PG och gör detta byte och sedan kan bevisa att det gäller så har man visat dualitetsprincipen. Jag gör det för 2 axiom i mina anteckningar. En visualisering av principen är att använda modellen för PG som jag tar upp i anteckningarna. Pappus upptäckte sin sats 1300 år innan Pascal som sedan generaliserade den till kägelsnitt.

HG: Tvära kast, nu skall passaren fram. HG är på många sätt likt Euklides geometri. HG börjar när man ruckar på det 5:e postulatet (axiomet) och säger att det går åtminstone 2 *linjer* genom P som inte skär den andra *linjen*. Kom ihåg att Euklides inte använde detta axiom förrän i sats 29 så upp till dit är HG=EG. Ändå kanske ni tycker det kommer kännas lite skruvat. Vi behöver modeller för att visualisera det hela och där kommer linjerna vara cirkelbågar. Om man betänker att ljus bryts och kan under vissa omständigheter gå längs cirkelbågar så är det inte så konstigt längre!

FG: Har sedan jag gjorde inspelningen hittat en fin bok: Chaos and Fractals av Peitgen m.fl. Där introducerar de fraktaler med hjälp av en fantastisk kopiator: The Multiple Reduction Copy Machine. I en vanlig kopiator kan vi få en förminskning eller förstoring men här får man flera förminskningar som sätts samman till en ny bild och så håller man på. Gränsvärdet är fraktalen! I naturen blir broccolin avbruten i denna process för den skördas och kommer på våra tallrikar.