

Linnéuniversitetet

Matematik

Hans Frisk

Uppgifter vecka 35 2021, Geometri, 1MA113, 7,5 hp

1. Två grävlinggryt, G_1 och G_2 ligger på samma sida om en rak bäck. De kortaste avstånden från gryten till bäcken är 2 respektive 3 km. Avstånden mellan de båda punkter vid bäcken som ligger närmast respektive gryt är 7 km. Grävlingen Göran som bor vid G_1 skall hälsa på sin käresta i G_2 men först skall han dricka lite vatten i bäcken. Göran tar aldrig ett steg för mycket utan går alltid det raka spåret. Hur långt kommer Göran att vandra från G_1 till G_2 via bäcken?
2. Man vill utifrån en kvadratisk träskiva med sidan a såga till en regelbunden 8-hörning. Man sågar alltså bort de fyra hörnen av kvadraten på ett lämpligt sätt. Bestäm 8-hörningens sida. I en regelbunden n -hörning är alla sidor lika långa och alla vinklar lika stora.
3. Klotets volym är $\frac{4\pi R^3}{3}$ och konens volym är $Bh/3$ där B är arean för den cirkulära basytan och h är konens höjd. Tänk dig att du fyller klotet med jättemånga, N , långsmala koner, alla med toppen i klotets centrum. Resonera dig utifrån detta sedan fram till ett uttryck för sfärens area. Det är alltså alla koners basyta som kommer att approximera sfärens yta.
4. Hamnstäderna P och N ligger på var sin sida om Atlanten. P och N har samma latitud, 40.75 grader norr. Longituden för N är 74 grader väst och för P är den 8.67 grader väst. Om man skall flyga eller åka båt från P till N så kan man tro att man hela tiden skall åka västerut men det är inte den kortaste vägen! Hur mycket kortare i km blir färden om man i stället tar den kortaste vägen (alltså längs en storcirkel)? Vi antar att jorden är en sfär med radien 637 mil. Ledning: Du måste använda cosinusteoremet på en sfär.
5. I en parallelogram $ABCD$ är AC den längre diagonalen. Låt punkterna E och F ligga på linjerna AB respektive AD så att CE och CF är vinkelräta mot AB respektive AD . Visa att

$$AC = AB \cdot \frac{AE}{AC} + AD \cdot \frac{AF}{AC}.$$

Ledning: Euklides 29:e sats säger att om en rät linje skär två parallella linjer så är alter-natvinklarna lika stora.