Linnéuniversitetet
Matematik
Hans Frisk

Tentamen i Matematikens utveckling, 1MA163, 7,5 hp
Tordagen den 10 januari 2019, klockan 08.00–13.00

Tentamen består av åtta uppgifter som kan ge sammanlagt 30 poäng. För godkänt betyg krävs ca 15 poäng.
Tillåtna hjälpmedel: Passare och linjal

1. **(a)** Finn kedjebråksutvecklingen för $\frac{57}{25}$. *(2 p)*

(b) För vilka tal är kedjebråksutvecklingen oändlig? Kan du ge en geometrisk illustration till detta i något fall? *(2 p)*

2. Ange fem kända matematiska verk från de gamla kulturerna. Tre från Grekland, ett från Kina och ett från Indien *(5 p)*

3. Skriv $\frac{2}{17}$ som en summa av stambråk. *(3 p)*

4. Hur anger man 12/17 i det babylonska, sexagesimala, positionssystemet? Du kan svara halv-babylonskt. Svara med tre korrekta sexagesimaler. *(3 p)*

5. Ett indiskt sätt att transformera en kvadrat till en cirkel med bibehållen area är följande metod, se figur på nästa sida. AB är den givna kvadraten. Drag MA där M är kvadratens medelpunkt. Rita cirkeln (streckad) med medelpunkt i M och radie MA. D är mittpunkten på kvadratens övre sida. C är skärningen mellan den streckade cirkeln och linjen genom M och D. $ME = MD + \frac{DC}{3}$. Den vediska skriften påstår att den heldragna cirkeln med medelpunkt i M och radie ME har samma area som den ursprungliga kvadraten. Detta kan inte stämma. Det är nämligen ett av antikens olösbara problem, att omvandla en kvadrat till en cirkel med bibehållen area med hjälp av passare och linjal. Om den indiska metoden hade stämt, vilket värde hade då π haft? Om x betecknar kvadratens sida och Π betecknar detta falska värdet på pi så får vi ekvationen $x^2 = \Pi \cdot ME^2$. *(4 p)*

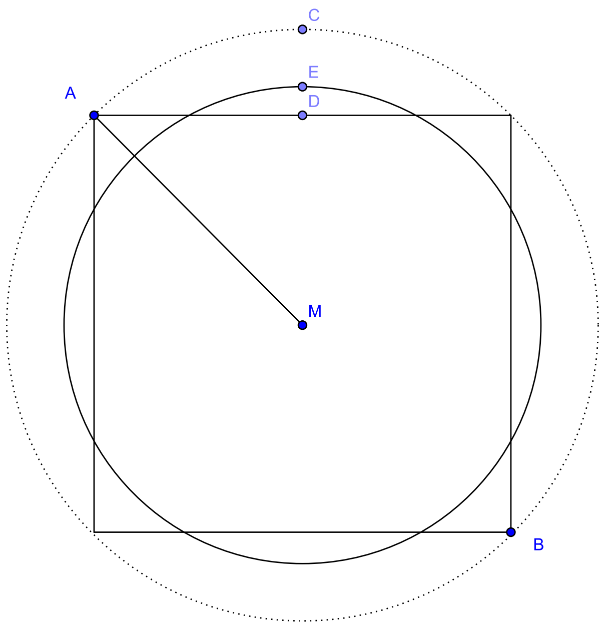
6. Lös kongruensen med en kinesisk metod. Minsta positiva lösning skall anges. *(3 p)*

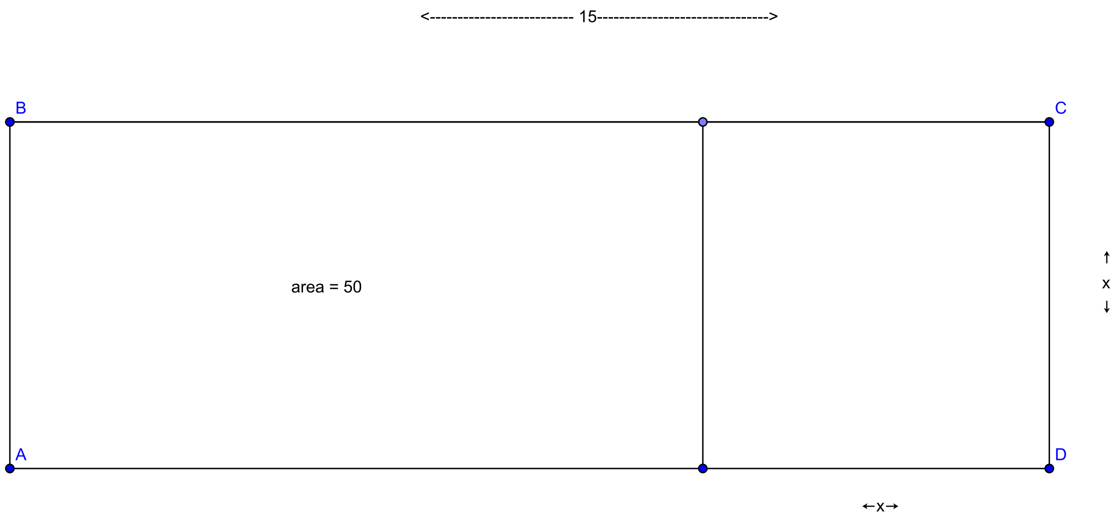
$$x \equiv 3 \pmod{5}, \quad x \equiv 5 \pmod{7}, \quad x \equiv 7 \pmod{11}$$

7. Figuren på sista sidan illustrerar en andragradsekvation som al-Khwarizmis ville lösa. Vilken är, med moderna beteckningar, ekvationen? Lös sedan problemet som al-Khwarizmi skulle ha gjort det. $BC = 15$ och CD är den sökta kvadratens sida. *(4 p)*

8. Redan Euklides visste att det finns oändligt många primtal. Det är emellertid fortfarnde okänt om det finns oändligt många primtalstvillingar. Några exempel: 3 och

5, 11 och 13 samt 101 och 103. Talen skall alltså vara primtal och differensen mellan talen är 2. Välj ett par primtalstvillingar större än 3 och 5. Multiplicera dem och addera 1. Visa att det erhållna talet är en heltalskvadrat som är delbar med 36. Ledning: primtalen är antingen av typen $4k+1$ (5,13,17,29,...) eller av typen $4k+3$ (7,11,19,31,...) där k är ett heltal. *(4 p)*


C
E
D
A
M
B


15
B
C
area = 50
x
A
D
x