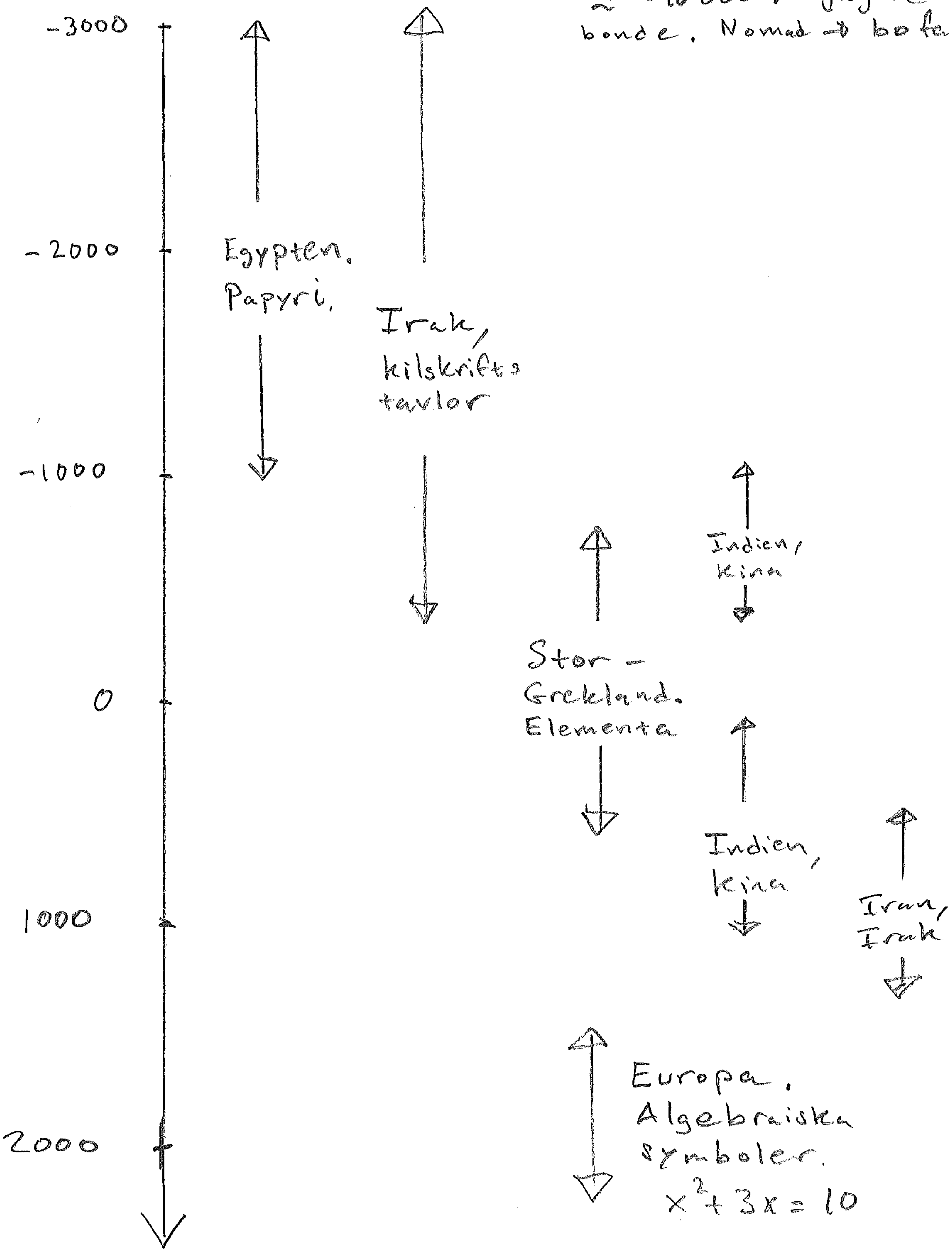
Matematikens Utveckling

Neolitiska revolutionen
≈ -10 000. jägare → bonde. Nomad → bo fast.



	Metod, operativ	Deduktiv
retorisk Matematik.	Egypten, Kina, Indien, Babylon. Arabien	Grekland
Symbolisk	Europa	

2. Egyptisk matematik.

−3000 till −1000.

Hieroglyfer.

Rosette-stenen. Moskvapapyren, 25 problem. Rhindpapyren −1600. 85 problem.

Aritmetik.

1 = |

10 = ∩

100 = 𓍢

Ex) 𓍢𓍢 |||| |||| = 208 (ej 280. Tecken för tom plats saknas).

𓍢𓍢𓍢 ∩∩∩∩ ||| =

Multiplikation. 13 · 17 på egyptiskt vis.

/	1	17
	2	34
/	4	68
/	8	136

$17 + 68 + 136 = 221 = 13 \cdot 17$

Vi kan förstå metoden eftersom

$13 \cdot 17 = (8 + 4 + 1) \cdot 17 =$

$1 \cdot 17 + 4 \cdot 17 + 8 \cdot 17 = 17 + 68 + 136 = 221$

Fråga: Kan varje heltal n skrivas som en summa av tvåpotenser?

<u>Division</u>

$72/8 = x$

$x \cdot 8 = 72$

1	8	/
2	16	
4	32	
8	64	/

$x = 1 + 8 = 9$. $72 = 8 \cdot 8 + 8 = (8+1) \cdot 8 = 9 \cdot 8$

<u>Bråkräkning</u>

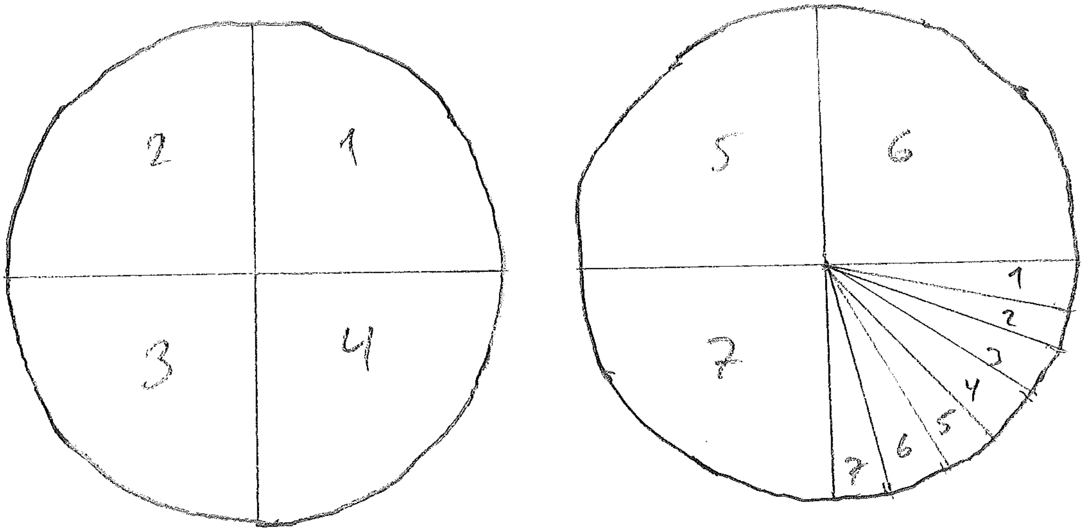
Stambråk (täljaren är ett)

$\overset{\frown}{\cap\cap} = \frac{1}{20}$. Beckning $\overline{20}$

$\overline{3} = \frac{2}{3}$ Enda icke-stambråket som användes.

$\overline{3}\,|$

Vad blir $\bar{\bar{7}}$?



$$\bar{\bar{7}} = \bar{4} + \overline{28}$$

$$\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}.$$

Härledning: $X = \frac{2}{7}$ eller $2 = X \cdot 7$

$$\begin{array}{ll} 1 & 7 \\ \bar{2} & 3\bar{2} \\ \bar{4} & 1\bar{2}\bar{4} \quad / \\ \hline \overline{28} & \bar{4} \quad / \end{array}$$

Ny ansats krävs. Vi saknar $\bar{4}$ i höger kolumnen. $\longrightarrow$

$$X = \bar{4} + \overline{28}$$

$$\boxed{\text{Bråket } \frac{2}{7} \text{ kan fås genom att dividera 2 med 7}}$$

4c) $25/18 = x$, $x \cdot 18 = 25$

1	18
$\bar{2}$	9
$\bar{4}$	$4\bar{2}$
$\bar{8}$	$2\bar{4}$
$\overline{72}$	$\bar{4}$

$18 + 4\bar{2} + 2\bar{4} =$
$24\,\bar{2}\,\bar{4}$

$$25/18 = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{72}$$

<u>Metoden med falsk position.</u>

Ett tal och dess femtedel är tillsammans 24. Vilket är ~~talet~~?

Modern lösning: $x + \frac{x}{5} = 24 \Leftrightarrow \frac{6x}{5} = 24 \Leftrightarrow x = 4 \cdot 5 = 20$

Bästa val av "falsk position" är 5.
$5 + \frac{5}{5} = 6$. $24/6 = 4$ så det sökta talet måste vara $4 \cdot 5 = 20$.

Om man väljer istället 15 får man $15 + \frac{15}{5} = 15 + 3 = 18$. Då måste man dividera $24/18$

1	18
$\bar{2}$	9
$\bar{4}$	$4\bar{2}$
$\bar{3}$	6

$24/18 = 1\bar{3}$
Det sökta talet är $15 \cdot 1\bar{3} = 20$

Två senare algoritmer:

$11 \cdot 17$ på sibriskt vis.

/	11	17
/	5	34
	2	68
/	1	136

Markera de udda talen i vänstra kolumnen.

Halvering men ta bara med heltalsdelen.

Fördubblingar

$$11 \cdot 17 = 17 + 34 + 136 = 187$$

Fungerar alltid metoden?

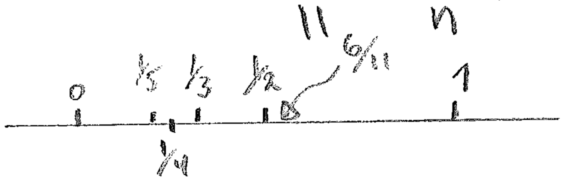
Ledning: $11 = 2^3 + 2^1 + 2^0$

$$\underline{11 \cdot 17 = 2^0 \cdot 17 + 2^1 \cdot 17 + 2^3 \cdot 17}.$$

Sylvesters algoritm. Ex) $17/11$ som en summa av stambråk.

$$\frac{17}{11} = 1 + \frac{6}{11} = 1 + \frac{1}{n} + \left(\frac{6}{11} - \frac{1}{n}\right)$$

Vilket är det minsta heltal n sådant att $\frac{6}{11} - \frac{1}{n} > 0$?



$$\frac{17}{11} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{22}$$

Tar proceduren alltid slut?

$$\frac{12}{13} = \frac{1}{2} + \frac{11}{26} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{7}{78} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{13} + \frac{1}{78}$$

$$12 > 11 > 7 \ldots$$

OBS! Stambråksuppdelningen är inte entydig!

Egyptisk geometri: Bra värde på π.

$$\pi \approx 3.16$$