Egyptisk matematik

Fråga: Nu har jag gått igenom kapitel 2 och även den föreläsningen du lagt ut. Jag har en fråga på Egyptisk bråkräkning: (sid 4 i dina anteckningar) Hur vet man var man skall stoppa och göra ny ansats? D.v.s. efter 1+ ½ +1/4 i ditt exempel. Hur visste man att det skulle bli 1/28 och 1/4 sen? dvs den nya ansatsen, hur den skulle vara? (sid 5) Samma sak igen, Hur vet man att det blir just 1/72

Svar: Ja den egyptiske räknemästaren behövde ha en viss fingertoppskänsla när det var dags att dra ett streck i räkningen (det utrycket använder vi ju ibland när något inte går som man tänkt sig! Undrar om det kommer härifrån.) På sidan 4 handlar det om att få ihop 2 i *högra* kolumnen och på sidan fem 25. x * 7 = 2. Jämför med multiplikationen 13 * 7 = x, där samlar vi ihop 13 i *vänstra* kolumnen. Om vi nu tar exemplet med x * 7 = 2 så inser egyptiern att det är dags att dra ett steck efter två halveringar. Hen har fått ihop 1 + 1/2 + 1/4 och inser att den saknade fjärdedelen inte går att få fram genom nya halveringar. Det är dags att börja på ny kula! Man får dra ett sträck och fundera vad man nu skall dela med. Enda vettiga är att dela med 28:a. Att 7/28=1/4 det kunde dom! Likadant på sidan 5, en fjärdedel saknas och man få börja på ny kula.

Fråga: Sylvesters algoritm (sid 7 i dina anteckningar och sid 37 i boken). När man ska få fram minsta heltal n så att ekvationen är större än 0 … ska man prova sig fram eller ska man använda en annan algoritm för att komma på det? … jag fattar rent logiskt, men hur räknar jag ut det? Med vilken metod?

Svar: Gör man det på dator kan man stega sig fram och prova. n=2,3,4… osv. Vi människor är ju bra på att se på ett ungefär hur stort bråket är. Om det är större än 0.5 så är n=2, mellan 1/3 och 0.5 så är n=3. Om vi tar 96/1749 som exempel så är det inte lika lätt men med en miniräknare till hands så får vi att bråket är cirka 1/18.22 så n=19. 18.22=18 + 0.22 så bråket ligger mellan 1/19 och 1/18.

Fråga: Jag har en fråga om egyptiskdivision. Är alltid en kvot av stambråk entydig, d.v.s. finns det alltid bara en kombination av stambråk som beskriver kvoten rätt, enligt hur egypterna såg på det? Uppgift 4c och 7e (Egyptisk matematik) avser båda uppgiften 3/7 och ger svaren 1/4 +1/8+1/28+1/56 och 1/3+1/11+1/231. När jag själv beräknar det som att dela 3 kakor till 7 personer, får jag det senare. Detta visar ju att det inte är entydigt, men hur resonerade egypterna?

Svar: Nej den är inte entydig. Det finns mer än ett sätt. Trodde först att egyptierna alltid gjorde på samma sätt men nu ser jag i A Contextual History of Mathematics av Ronald Calinger att det finns en s.k. A’hmosè pappyrus där två sätt finns angivna för 2/n. Det vi ser i boken men om bråket är 2/(3n) så utnyttjar man att 2/3=1/2 + 1/6. Så t.ex. 2/15 blir 2/(3*5)= 1/10 + 1/30.

Fråga: Jag undrar om jag har förstått övning 8b.

Svar: Nu är det multiplikation man skall göra. Börja med 1 till vänster och 1/11 till höger. Eftersom 7=1+2+4 så skall man göra två fördubblingar och summera alla 3 talen till höger. 2/11= 1/6 + 1/66 är den omskrivningen som är svår att komma på tycker jag. Men tänker man på 11 personer som skall dela två pizzor så är uppdelningen naturlig. Dela var och en i 6 bitar. Den 12:e biten som blir över strimlar man i 11 bitar.

Fråga: Kan du förklara metoden i uppgift 10

Svar: Lite oklart för mig med. Jag sätter radien=1 och då blir diametern 2. Då har cirkeln arean π. Dela in kvadraten i nio lika stora delar. Då motsvaras cirkelns area ungefär av 5 hela och 4 halva små kvadrater. Var och en är $(2/3)^2$ areaenheter så ett approximativt värde på π blir $(2/3)^2 \cdot 7=28/9$. Lite i underkant och i boken återfinns en liten förbättring där man ersätter 63/81 med 64/81.

I uppgiften skall man dela in kvadraten i 16 småkvadrater, alla med arean är $(2/4)^2=1/4$. Problemet är nu att avgöra hur många av dessa som skall vara med. I svaret anges det usla värdet 3.5 och jag vet inte hur författaren fått fram det men jag har högre ambitioner. Fyra hela kvadrater, 8 st där merparten skall med och så de fyra hörnrutorna. Jag använde rutat papper och hade 25 smårutor i min lilla kvadrat. Då får jag ett approximativt värde på π = (1/4)*(4+ 8*(47/50) + 4 * (8/25))=3,2 . Inte lysande. Jag tyckte att 8/25 av en hörnruta skulle med och 47/50 av var och en av de 8 på kanterna.

Babylonsk matematik

Fråga: Kan du förklara algoritmen för att få ett närmevärde på √2.

Svar: a*b=2 och vi vill att a=b för då har vi en kvadrat med sidan √2.
Om vi börjar med a=4/3 så blir b=3/2. Kom ihåg att alltid a*b=2.

Då tror vi att vi får ett bättre närmevärde om vi tar medelvärdet av
(a +b)/2=17/12 det får bli vårt nya a och då blir det nya b:et 24/17 så fortfarande a*b=2.

Då tror vi att vi får ett bättre närmevärde om vi tar medelvärdet av de nya värdena
(a +b)/2=(12/17)+(17/24) osv........... Detta sista värde har fem korrekta decimaler.

Man kommer närmare och närmare roten ur 2. Rektangeln närmar sig en kvadrat.

Denna procedur kan skrivas som en rekursiv relation.

x(0)= 4/3

x(n+1) = (x(n) + (2/x(n)))/2

Om du ser högerledet som en funktion f(x(n)) så
blir f(x)= (x+ (2/x))/2.

Om du ritar upp f(x) och ser var den skär linjen y=x så blir det vid roten ur 2.

Stoppar du in x=√2 i högerledet så ut kommer √2. För att verkligen avgöra om en sådan här process konvergerar så måste man använda analys.

Grekisk matematik

Fråga : Jag undrar om du vill förklara följande för mig … 10b i övningsboken. Jag har svårt att fortsätta om jag inte förstår hur jag ska tänka. 10b) Visa att differensen mellan kvadraterna på två konsekutiva triangeltal är en kub. Min första tanke är då att skriva:

(T_n)^2 – (T_n-1)^2 = kub^3

T_n = **n(n+1)/2**

Jag testar genom att sätta n=4:

(4(4+1)/2)^2 - (3(3+1)/2)^2 = 10^2 - 6^2

10^2 - 6^2 = 4^3

Så här långt är jag med och uträkningen stämmer … jag provade också att sätta n=3 + att jag ritade upp bilden av trianglarna. Rent logiskt och visuellt förstår jag. **MEN..**

Svaret i boken är följande: (T_n+1)^2 - (T_n)^2 = ….

// Varför n+1 i första delen?

// Det blir ju samma svar som jag tänkte, men finns det någon anledning till att man tar plus i stället för minus?

Svar: Båda sätten och se det är OK. T.ex.

$(T_4)^2-(T_3)^2=100-36=64=4^3$ men också $(3+1)^3$

så allmänt

$(T_n)^2 - (T_{n-1})^2 = n^3$

$(T_{n+1})^2 - (T_n)^2 = (n+1)^3$.

Indisk matematik

Fråga: Då du går igenom Aryabhatas algoritm för beräkning av kvadratrötter använder du en algebraisk metod med symboler (a, b och c) och inte ”receptet” som boken beskriver. I de gamla tentornas lösningar används receptet. Tycker du ”receptet” är av vikt i kursen, eller räcker det med den metod du använt i dina anteckningar? Personligen har jag försökt mig på att lösa med receptet, men fattade först när jag såg din algeriska metod.

Svar: Min metod är OK. Har man förstått den så genomskådar man receptet.