Indien (i Indusdalen)

-600

sulvasutra

Ashoka – våra siffror

1) position
2) siffror
3) nollan

0

Aryabhata
Gupta-dynastierna
Siddhanta litteraturen

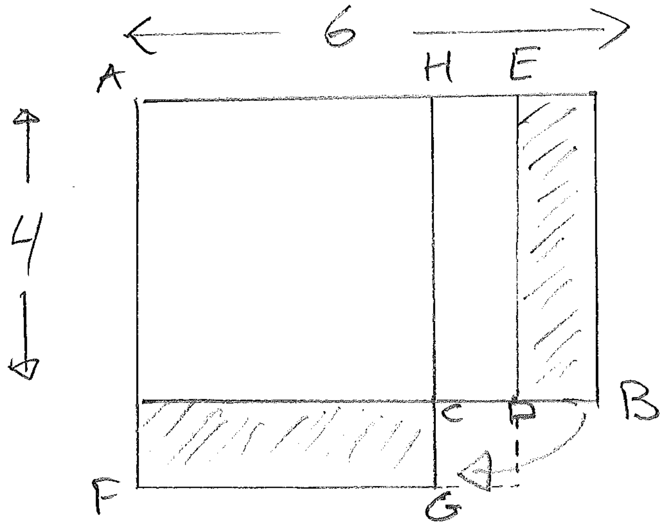
600

t

Brahamagupta

Bhaskara (1150, Bevisade Pythagoras sats)

Konstruktion av en kvadrat med samma area som en given rektangel.



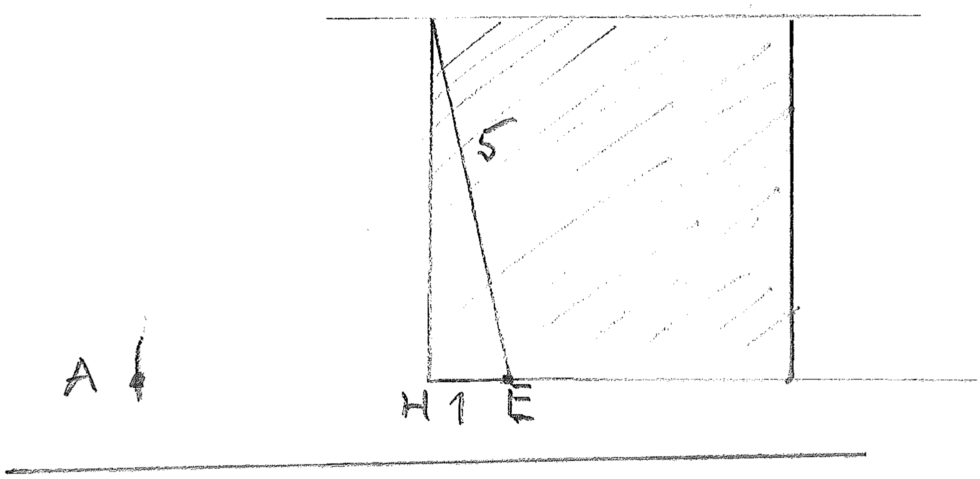
Gnomonen AHEFGCD har samma area som den givna rektangeln.

Gnomonens area är $5^2 - 1^2 = 24$

(stor kvadrat minus den lilla kvadraten DG)

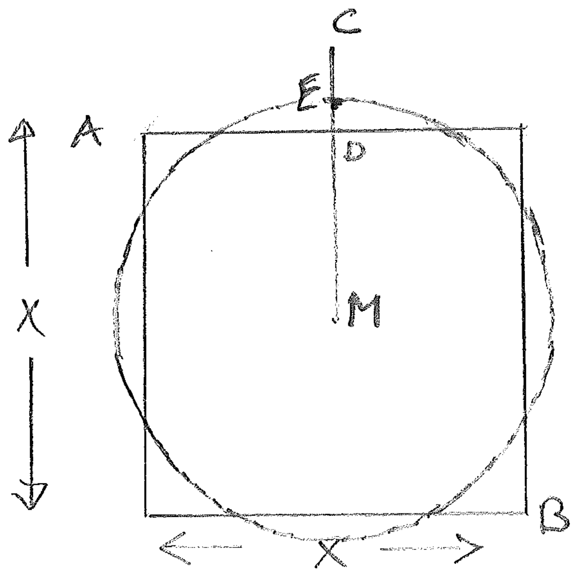
Hur hittar jag $\sqrt{24}$ i figuren?

Jo vi använder Pythagoras sats!



<u>Transformation av kvadrat till en cirkel med bibehållen area.</u>

$$DE = \frac{DC}{3}$$



$$AB = \sqrt{2}X$$

$$MA = \frac{\sqrt{2}X}{2} = \frac{X}{\sqrt{2}} = MC$$

$$MD = \frac{X}{2}$$

$$r = \frac{X}{2} + \frac{1}{3}\left(\frac{X}{\sqrt{2}} - \frac{X}{2}\right)$$

$$\text{"}\pi\text{"}\, r^2 = X^2$$

$$\text{"}\pi\text{"} = \frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{3}} \approx 3.088$$

Indierna från Aryabhata, 4ÅH, till Ramanujan, 20ÅH, har varit intresserade av heltalen.

I Aryabhatiya ges en algoritm för beräkning av kvadratrötter.

3b) $\sqrt{388\,129} = x$

$x^2 \approx 38,8 \cdot 10^4$ så talet ligger mellan 600 och 700.

$$x = a \cdot 10^2 + b \cdot 10^1 + c$$
$$x^2 = a^2\, 10^4 + 2ab\, 10^3 + (b^2 + 2ac)\, 10^2 + 2bc\, 10 + c^2.$$

Välj $a = 6$. 28 129 kvar att få ihop.

$$12b\, 10^3 + (b^2 + 12c)\, 10^2 + 2bc \cdot 10 + c^2 = 28129$$

Välj $b = 2$. $28129 - 24000 = 4129$ återstår.

$$(4 + 12c)\, 10^2 + 4c \cdot 10 + c^2 = 4129.$$

Välj $c = 3$.

$x = 623$.

Kina

- −1000 Shang
- Chou, Konfucius
- Bokbål "Nio kapitel"
- 0 Han — Liu Hui
- Thang — Boktryckeri
- 1000 Sung
- Yuan
- Ming

t

$| 0 \Pi = \cancel{||||} = -10724$

Linjära Kongruenser

$$x \equiv 2 \mod 3 \quad (1)$$
$$x \equiv 3 \mod 5 \quad (2)$$
$$x \equiv 2 \mod 7 \quad (3)$$

Finn det minsta x för vilket de tre kongruenserna är uppfyllda.

Dela upp i tre delproblem.

i) $x_1 \equiv 1 \mod 3$ — kolla $35, 70, \ldots$

$x_1 \equiv 0 \mod 5$ — $x_1 = 70$

$x_1 \equiv 0 \mod 7$

ii) $x_2 \equiv 0 \mod 3$ kolla 21, 42...

$x_2 \equiv 1 \mod 5$ $x_2 = 21$

$x_3 \equiv 0 \mod 7$

iii) $x_3 \equiv 0 \mod 3$ kolla 15, 30, ...

$x_3 \equiv 0 \mod 5$ $x_3 = 15$

$x_3 \equiv 1 \mod 7$

Så

$$\boxed{X = 2X_1 + 3X_2 + 2X_3 = 2 \cdot 70 + 3 \cdot 21 + 2 \cdot 15 = 233}$$

är en möjlig lösning på problemet. Men det är inte den minsta.

$3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$ är delbart med alla tre talen. För att få den minsta lösningen drar vi bort så många multipler som möjligt.

$$233 - 2 \cdot 105 = 23$$

$X = 23.$

$23 = 2 + 7 \cdot 3$

$23 = 3 + 4 \cdot 5$

$23 = 2 + 3 \cdot 7$

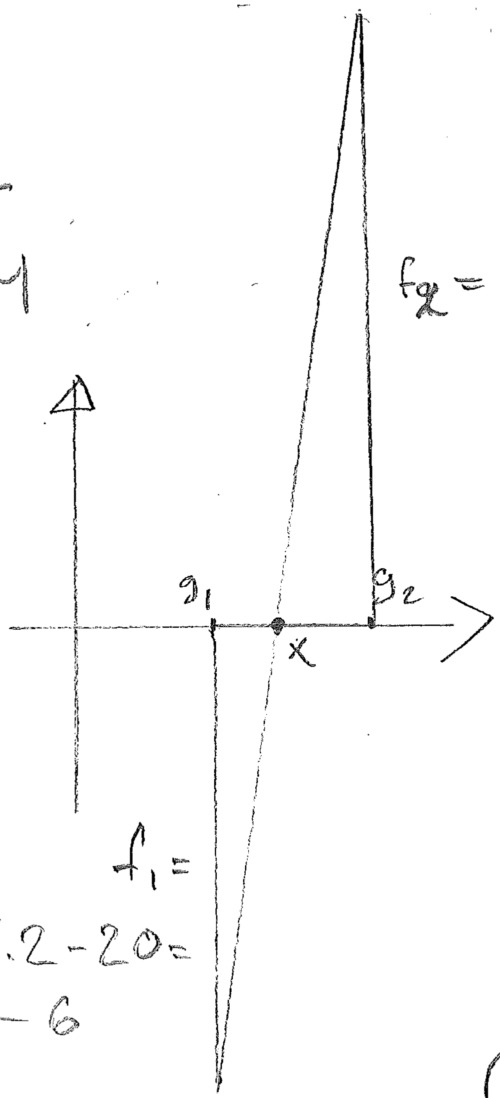
Metoden med dubbel falsk position.

$$7x - 20 = 0$$

$g_1 = 2$

$g_2 = 4$

$f_2 = 7 \cdot 4 - 20 = 8$



$f_1 = 7 \cdot 2 - 20 = -6$

Likformiga trianglar ger

$$\left(x - g_1\right) / \left(0 - f_1\right) = \left(g_2 - x\right) / \left(f_2 - 0\right)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$f_2 x - f_2 g_1 = -f_1 g_2 + f_1 x$$

$$x = \frac{f_2 g_1 - f_1 g_2}{f_2 - f_1} = \frac{8 \cdot 2 - (-6) \cdot 4}{8 - (-6)} =$$

$$\frac{16 + 24}{14} = \frac{40}{14} = \frac{20}{7}$$