

Problem 1. Betrakta en elgitarr. Strängarna är 660 mm långa. Stämningen är E-A-d-g-b-e', det vill säga att strängen som ger tonen e-prim (330 Hz) ligger två oktav högre i frekvens än E-strängen. Alla strängar känns ganska lika att spela, eftersom de alla har ungefär lika spänning.

a) Är dessa vågor på gitarrsträngarna stående, fortskridande, ingetdera eller båda och? Samma fråga för de ljudvågorna som gitarrförstärkarens högtalare ger upphov till. Förklara dina svar. (1p)

Lösning:

De vågorna på gitarrsträngarna som ger toner är stående vågor med noder vid ställen; det kan finnas pulser som är fortskridande, som reflekteras vid änderna, men det är bara transienter som inte har någon tonhöjd; vågen transporterar ingen energi. Ljudvågor är fortskridande; stående vågor kan vara hörbara i mindre utrymmen (en bil med ett öppet fönster kan vara en Helmholtzresonator), men stående ljudvågor är egentligen bara viktiga för infraljud i långa korridorer.

b) Vad kan man säga om förhållandet mellan massorna av E- och e'-strängen? (1p)

Lösning:

E-strängen rör sig fyra gånger så långsamt vid samma transversella kraft, accelerationen är 16 gånger mindre, $F = ma$, så dess massa måste vara 16 gånger så hög.

c) Hur stor är A-strängens våglängd? (1p)

Lösning:

1320 mm

1

1

1

Problem 2. Någon (Taube?) sitter på en hamnbrygga och plingar på en akustisk gitarr. Längden är 632 mm. Frågorna här handlar om gitarrens g-sträng, som är stämd på 196 Hz. Strängen är av nylon med en diameter på 1,00 mm och en specifik massa på 1200 kg/m^3 . Spänningen är 57,9 newton. Strax efter plockandet har strängen en kinetisk energi på $5 \cdot 10^{-5}$ joule.

a) Beräkna våghastigheten på strängen på två olika sätt. (1p)

Lösning:

Enkel lösning: $v = f\lambda = 196 \times 1,264 = 247,7 \text{ m/s}$. Alternativt: strängens massa per längdenhet är densitet gånger tvärsnittsarea $= 1200 \times \pi(1,00 \cdot 10^{-3}/2)^2 \text{ kg/m} = 0,3\pi = 0,942 \text{ g/m}$. Våghastigheten $v = \sqrt{T/\rho} = \sqrt{57,9/(0,942 \cdot 10^{-3})} = 247,9 \text{ m/s}$.

1

b) Hur stor är svängningens amplitud vid början av tonerna? Ange dina approximationer och antaganden. (1p)

Lösning:

Strängens massa är $0,942 \times 0,632 = 0,595 \approx 0,6$ gram. Ett medelvärde av strängens hastighet vid jämviktsläget är $v = \sqrt{2E/m} = \sqrt{10^{-4}/(0,6 \cdot 10^{-3})} = \sqrt{1/6} \approx 0,4 \text{ m/s}$. Vid buken är den maximala hastigheten två gånger så hög, men vi tar det här värdet är också som ett medelvärde över en period. Perioden är ungefär 5 ms, tiden till största utvikelse är $T/4$, utslaget blir alltså ungefär en halv millimeter.

1

Istället för kinetisk energi kan man också utgå från potentiell energi. Om man drar ut strängen som en triangel, är den återställande kraften lika med spänningen gånger (sinus av) vinkeln. Den potentiella energin är lika med kraft gånger väg: $W = \int F(s) \cdot s ds = T\theta \cdot s/2 = T(2u/\ell) \cdot u/2 = Tu^2/\ell$. Utvikelsen uppskattas till

$$u \approx \sqrt{\frac{W\ell}{T}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-5} \times 0,632}{57,9}} = 0,7 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

Men det kräver mer energi att ge strängen en sinusformig utvikelse, så det kan stämma med den förra uppskattningen.

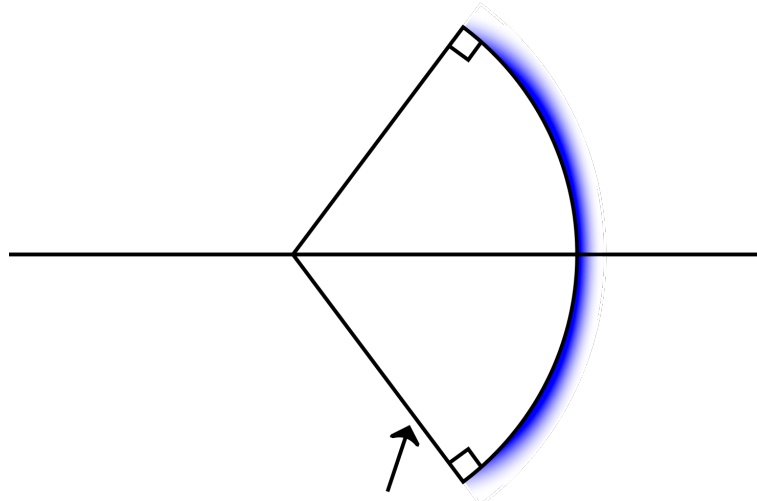
c) Uppskatta ljudnivå på tre meter avstånd från gitarristen. Ange dina approximationer och antaganden. (1p)

Lösning:

Den kinetiska energin i strängen strålas ut i den tid som strängens ljud avklinger. Om hälften av energin strålas ut i en halv sekund, är gitarrens effekt i genomsnitt lika med $5 \cdot 10^{-5}$ watt. Det strålas ut i en halvsfär. Flödet på tre meter avstånd är $I = \frac{P}{2\pi r^2} \approx 9 \cdot 10^{-7} \text{ W/m}^2$. Ljudnivån är ungefär $10 \log(10^{-6}/10^{-12}) = 60 \text{ dB}$. Om gitarrsträngen klingar två gånger längre, blir effekten 3 dB lägre.

1

Problem 3. Figuren nedan visar en ljusstråle som infaller på en konkav sfärisk spegel. Den sfäriska ytan har sitt centrum på den optiska axeln.



a) Fortsätt ljusstrålens väg. Förklara. (1p)

Lösning: Strålen fortsätter till spegens yta. Normalen där ritas så att den går genom sfärens centrum. Den reflekterade strålan ritas så att dess vinkel mot normalen är lika med infallsvinkeln. Obs: detta är en allmän stråle, som inte går genom fokus.

1

b) Har en konkav spegel kromatisk aberration? Förklara (1p)

Lösning:

Speglar har ingen kromatisk aberration, eftersom reflektionslagen gäller alltid, oberoende av ljusets våglängd.

1

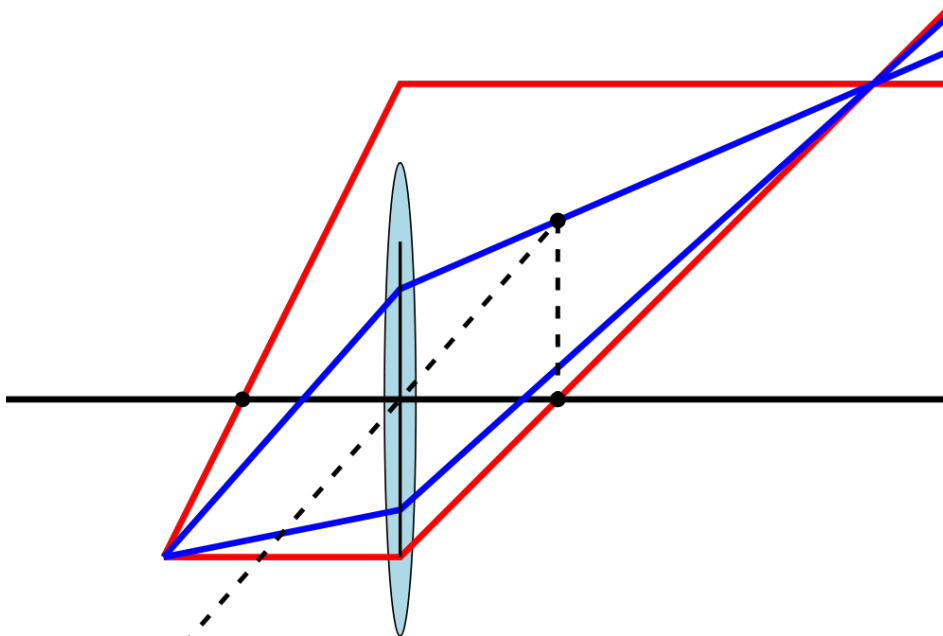
c) Har en konkav spegel sfärisk aberration? Förklara. (1p)

Lösning:

Ja, eftersom det är en följd av approximationen att $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$. Endast paraxiala strålar hamnar i fokus. För att fokusera strålar som ligger längre från den optiska axeln, behövs en parabelisk yta.

1

Problem 4. Figuren nedan visar två strålar som kommer från nedre sidan av ett föremål som är symmetrisk på båda sidor av den optiska axeln. Strålarna bryts av en lins.



a) Är detta en positiv eller en negativ lins? Förklara. (1p)

Lösning: Positive - it makes a diverging wavefront converge.

1

b) Bestäm genom konstruktion linsens fokalpunkter. Förklara dina linjer. (1p)

Lösning:

The most straightforward way is to draw the two red lines connecting source and image, parallel to the optical axis on one side of the lens; they pass through its focal points on its other side.

There is a second way. The dashed line through the center of the lens is parallel to one of the rays from the source, so on the other side of the lens it intersects with that ray in the focal plane for sources at infinity; a line perpendicular to the optical axis gives one of the focal points of the lens.

1

c) Ger linsen en reell eller en virtuell bild av föremålet? Förklara. (1p)

Lösning: Reell, bilden kan projiceras på en skärm.

1

d) Vad händer med bilden av föremålet när man täcker för linsens nedre halva? Förklara. (1p)

Lösning:

Bildens ljusintensitet blir halv så stor över hela bilden. Det är allt. Varken bildens form eller skärpa påverkas.

1

Problem 5. Fotot nedan är gjort med en CD-skiva framför kameran. Metallbeläggningen hade jag tagit bort, så att man kan se genom plasten. Spåren på cd-skivan fungerar som ett slags diffraktionsgitter, där ritsarna går i cirklar. Spåravståndet är 1600 nm. Det man ser är ett kvicksilvergatuljus i mitten, och dess spektrallinjer. Det finns också ett ljus band som är en struktur på CD-skivan; den är bred för att den inte är i fokus.



a) Vad är diffraktionsvinkeln för den gröna kvicksilverlinjen, som har en våglängd på 546,1 nm? (1p)

Lösning:

$$\theta = \arcsin(\lambda/d) = \arcsin(546,1/1600) = \arcsin 0,3413 = 0,3483 = 19,96^\circ$$

1

b) Hur lång är den kortaste synliga våglängden i kvicksilverspektrumet? (1p)

Lösning:

Från figuren: den gröna cirkelns diameter är 7,4 cm och den inre blå cirkelns är 5,4 cm. Förhållandet är lika med förhållandet mellan tangens av dessa vinklar. Med god approximation är detta ungefär lika med förhållandet mellan diffraktionsvinklarnas sinus, så att våglängden är $\frac{5,4}{7,4} \times 0,5461 = 0,40 \mu\text{m}$ (literaturvärde är 405,8 nm).

Mera noggrant: tangens av den gröna linjens vinkel är $\tan(\arcsin 0,3413) = 0,3631$; sinus av vinkeln för den inre blå linjen är $\sin(\arctan(\frac{5,4}{7,4} \times 0,3631)) = 0,2651$, så att våglängden blir $\frac{0,2651}{0,3631} \times 0,5461 = 0,40 \mu\text{m}$.

1

c) CD-skivor har en diameter på 120 mm. Hur nära ögat (eller kameran) måste man hålla den för att se ljus med diffraktionsvinklar på 24° ? (1p)

Lösning:

Förhållandet mellan skivans radie och avstånd är $\tan 24^\circ = 0,445$, så avståndet är 13,5 cm.

1