

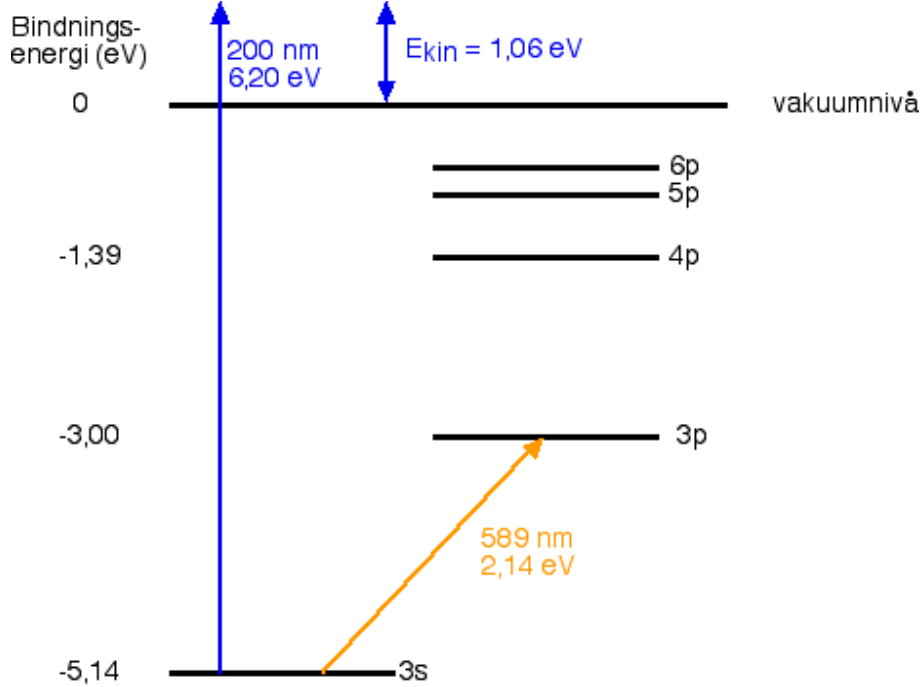
Problem 1. Natrium har joniseringspotential 5,14 eV. De np nivåerna med $n \geq 3$ följer en Rydbergserie där energin ges av

$$E_n = -\frac{R_\infty}{(n - \delta)^2}$$

och där kvantdefekten $\delta \approx 0,87$ för np nivåerna.

a) Skissa energierna av vakuumnivån, grundtillståndet och np -serien. (2p)

Lösning:



2

b) Ljus med våglängd 200 nm joniserar $3s$ -elektronen från en natriumatom. Hur stor är fotoelektronens kinetiska energi? (2p)

Lösning:

$$E_{foton} = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = 9,93 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 6,20 \text{ eV}. \quad E_{kin} = E_{foton} - IP = 1,06 \text{ eV}.$$

2

c) Vad är normalt den längsta våglängden som kan absorberas av neutralt natrium? (2p)

Lösning:

Normalt befinner sig natrium i grundtillståndet. Den minsta energi för att excitera den är till $3p$ -nivån på -3,00 eV. Energiskillnaden är $5,14 - 3,00 = 2,14$ eV. Våglängden är $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{hc}{E} = 0,58 \mu\text{m}$. Det är alltså den gula natrium D-linjen på 589 nm.

2

d) Varför ligger grundtillståndet lägre i energi än $1s^2 2s^2 2p^6 3p$ -tillståndet? (2p)

Lösning:

I grundtillståndet befinner sig valenselektronen i $3s$ -orbitalen. I Sommerfeld-modellen är banan mer elliptisk, och den kommer innanför de skärmande inre elektronerna.

2

Problem 2. Radioaktiva kolatomer uppstår när kosmisk strålning träffar kväve högt upp i atmosfären.

a) Ange en möjlig reaktionsformel för dess produktion. (2p)

Lösning: Vanligast är $^{14}\text{N} + n \rightarrow ^{14}\text{C} + p$, men även $^{14}\text{N} + e^- \rightarrow ^{14}\text{C} + \nu$.

2

b) Kol utgör i runda tal 20 % av en människas kroppsvikt. Om koncentrationen av C-14 i kol är 10^{-12} , hur mycket väger då en person vars kol-aktivitet är 3 kBq? (3p)

Lösning:

Aktiviteten är $-\frac{dN}{dt} = \lambda N$. Halveringstiden $T_{1/2} = 5730 \text{ år} = 1,81 \cdot 10^{11} \text{ s}$; $\lambda = \ln 2 / T_{1/2} = 1,21 \cdot 10^{-4} \text{ år}^{-1} = 3,833 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}$. Antalet ^{14}C -atomer i kroppen är $A/\lambda = \frac{3000}{3,833 \cdot 10^{-12}} = 7,8 \cdot 10^{14}$. Totala antalet kol-atomer är 10^{12} gånger större, så det blir $7,8 \cdot 10^{26}$. Delat med Avogadros tal är det 1,3 kmol eller $1,3 \times 12 = 15,6 \text{ kg}$ kol. Det utgör en femtedel av kroppens massa, som är alltså 78 kg.

3

Genom att räkna antalet ^{14}C med en mass-spektrometer kan man bestämma koncentration och åldern snabbare och med mycket mindre prov än med metoden där man räknar antalet sönderfall. Boken beskriver en mass-spektrometer enligt Bainbridge. Den har först ett hastighetsfilter med korsade elektriska och magnetiska fält där jonerna går rakt fram. I spektrometers andra kammare följer jonerna en cirkelbana i ett magnetfält.

c) Om magnetfältet är 80 mT i båda delarna, hur stor måste det elektriska fältet vara för att joner med en hastighet på 50 km/s ska gå rakt fram? (2p)

Lösning:

$F_{\text{Coulomb}} = F_{\text{Lorentz}} \Leftrightarrow qE = qvB \Leftrightarrow E = vB = 50 \cdot 10^3 \times 80 \cdot 10^{-3} = 4000 \text{ V/m}$.

2

d) Hur stor är skillnaden i banddiameter för ^{13}C och ^{14}C i den andra kammaren? (2p)

Lösning:

Lorentzkraften är centripetalkraften, alltså $\frac{mv^2}{r} = qvB \Leftrightarrow r = \frac{vm}{qB}$. Skillnaden i banddiameter blir $2 \frac{v \Delta m}{qB} = \frac{50 \cdot 10^3 \times 1,66 \cdot 10^{-27}}{1,60 \cdot 10^{-19} \times 80 \cdot 10^{-3}} = 2 \times 6,48 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 13 \text{ mm}$.

2

Problem 3. ^{57}Co är inte stabil. Sönderfallet sker genom elektroninfångning från K-skalet.

a) Hur skriver man reaktionen symboliskt? (2p)

Lösning: $^{57}\text{Co} + e^- \rightarrow ^{57}\text{Fe} + \nu_e$ eller $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$

2

b) Hur mycket energi ger reaktionen? (2p)

Lösning: $m_{\text{Co}} - m_{\text{Fe}} = 56,936296 - 56,935399 = 0,000897 \text{ u}$; $\Delta mc^2 = 1,34 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 0,836 \text{ MeV}$. Reaktionen $^{57}\text{Co} \rightarrow ^{57}\text{Fe} + e^- + \nu_e$ är energetiskt omöjlig eftersom det tar $2 \times 0,511 \text{ MeV}$ mer energi.

2

c) Efter reaktion kan atomen avge $K\alpha$ -strålning. Uppskatta röntgen våglängden med Moseleys lag. (2p)

Lösning: Järnets ($Z = 26$) $K\alpha$ -linje ligger på ungefär $\lambda = \frac{1}{R_\infty(Z-1)^2} \frac{1}{1-1/4} = \frac{1}{1,097 \cdot 10^7 \times 625} \times \frac{4}{3} = 1,94 \text{ \AA}$.

2

d) Jag har ett preparat som januari 2002 hade en aktivitet på $1,0 \mu\text{Ci}$ enligt märkningen. Hur stor är preparatets aktivitet idag? (2p)

Lösning:

Efter sexton månader är $A = A_0(\frac{1}{2})^{t/T_{1/2}} = 1,0 \times (\frac{1}{2})^{16 \times 30 / 272} = 0,3 \mu\text{Ci}$.

2

e) Produktkärnan hamnar med stor sannolikhet i ett exciterat tillstånd $14,41 \text{ keV}$ över grundtillståndet. Det exciterade tillståndets medellivstid är $0,14 \mu\text{s}$. Hur bred är $14,41 \text{ keV}$ -linjen? (2p)

Lösning: $\Delta E \times \Delta t \geq \hbar/2 \Rightarrow \Delta E = \frac{\hbar}{2\tau} = \frac{6,58 \cdot 10^{-16}}{2 \times 0,14 \cdot 10^{-6}} = 2,35 \cdot 10^{-9} \text{ eV}$

2

f) Hur stor är rekylhastigheten som en fri atom skulle få genom emission av en foton med energi $14,41 \text{ keV}$? (2p)

Lösning: $p_{\text{foton}} = E/c = 7,69 \cdot 10^{-24} \text{ kg m/s}$; $v_{\text{atom}} = \frac{-p_{\text{foton}}}{57 \text{ u}} = 81 \text{ m/s}$

2

g) Möbbauer upptäckte att gamma-emissionen från ett fast ämne kan ske utan rekyll, och att man kan mäta små skillnader i gamma-energi från olika föreningar med doppler-effekt. Hur stor energi-skillnad (i eV) ger dopplerförskjutningen om hastigheten är 2 mm/s ? (2p)

Lösning:

$|\frac{\Delta E}{E}| = |1 - \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}| = |1 - \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}| \approx \beta \Rightarrow \Delta E = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^8} \times 14,41 \cdot 10^3 = 9,6 \cdot 10^{-8} \text{ eV}$.

Det är större än linjens livstidsbredd och klart mätbart.

2