# Relativistiska lösningar

**3.7** Om elektronen färdas med 80 % av ljusets fart, har vi

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{4}{5};\ \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{9/25}} = \frac{5}{3}.$$

Rörelsemängden är

$$p = \gamma m \beta c = \frac{5}{3} m \frac{4}{5} c = \frac{4}{3} mc.$$

De-Broglie-våglängden är

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{3}{4}\frac{h}{mc} = \frac{3}{4}\lambda_C = \frac{3}{4} \times 2{,}4 \text{ pm} = 1{,}8 \text{ pm},$$

där vi använde att Comptonvåglängden $\lambda_C = \frac{h}{mc} = 2{,}426.10^{-12}$ m.

**3.9** Vid elektronen i magnetfält ger Lorentzkraften $F_{Lor} = qvB$ den centripetala accelerationen. Formeln för Lorentzkraften är relativistisk invariant, men formeln för den centripetala kraften ändras något från newtoniansk mekanik.

$$\frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{p}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\gamma m \vec{\mathbf{v}}}{\mathrm{d}t} = \gamma m \frac{\mathrm{d}\vec{\mathbf{v}}}{\mathrm{d}t} = -\gamma m \frac{v^2}{r}\hat{\mathbf{r}}.$$

Med en given kinetisk energi på 550 MeV får vi $\gamma$ ur förhållandet mellan total energi och viloenergi:

$$\gamma = \frac{550 + 0{,}511}{0{,}511} = 1077,$$

så att vi kan approximera $v \approx c$. Likställa Lorentzkraft och centripetalkraft ger då

$$B = \frac{\gamma m v}{qr} \approx \gamma \frac{mc^2}{ec}\frac{1}{r} = 1077 \times \frac{511.10^3}{3.10^8} \times \frac{1}{9{,}2/2} = 0{,}40 \text{ T}$$

Uppgiften handlar om MAX I. Lagringsringen har också åtta räta sektioner, och banans krökningsradie är mindre i avlänkningsmagneterna, och fältet starkare.

**3.11** Elektronens totala energi är $\gamma mc^2 = 70 + 4 \times 540 + 511 = 2741$ keV. Omloppstiden är $t = 2\pi r/v$ där $r = \gamma mv/qB$ (se förre lösning), alltså

$$t = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi\frac{\gamma m}{qB} = 2\pi\frac{2741.10^3}{c^2 \times 0{,}116} = 1{,}65 \text{ ns}.$$

Det är fem perioder av mikrovågens strålning av $T = 1/f = 0{,}33$ ns.