

2.1a) Jag tycker inte om att låta massan bero på farten, men vi får väl tolka det givna som att $E_{tot}/mc^2 = 2 = \gamma$. För hastigheten får vi då

$$\gamma^2 = 4 \Leftrightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow v^2 = \frac{3}{4} c^2 \Leftrightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2} c = 0,866 c$$

b) $E_{kin} = E_{tot} - mc^2 = 2mc^2 - mc^2 = mc^2 = 511 \text{ keV}$.

c) Vi har en rätvinklig triangel med sidor $1 : 2 : \sqrt{3}$ där $pc = \sqrt{3} mc^2$, alltså är $p = \sqrt{3} \times 511 \text{ keV}/c = 1,73 \times 0,511 \cdot 10^6 \times \frac{16 \cdot 10^{-19}}{30 \cdot 10^8} = 4,7 \cdot 10^{-22} \text{ kgm/s}^2$.

2.2a)

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{4}{5}; t' = \frac{L'}{v} = \frac{L'}{\beta c} = \frac{1}{\beta} \times \frac{9 \text{ ljusår}}{c} = \frac{5}{4} \times 9 \text{ år} = 11 \text{ år och 3 månader.}$$

$$\text{b) } t_0 = \frac{t'}{\gamma} = \sqrt{1 - \beta^2} t' = \sqrt{\frac{9}{25}} t' = \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} \times 9 = \frac{27}{4} = 6 \text{ år och 9 månader.}$$

$$\text{c) } L_0 = L'/\gamma = \frac{3}{5} \times 9 = 5,4 \text{ ljusår.}$$

2.3a) $v \approx c \Rightarrow t' = 10^5 \text{ år}$

$$\text{b) } \gamma = E_{tot}/m_p c^2 = \frac{10^{19}}{10^9} = 10^{10}; t_0 = t'/\gamma \approx \frac{\pi \cdot 10^7 \cdot 10^5}{10^{10}} = \pi \cdot 10^2 \text{ s} \approx 5 \text{ minuter.}$$

2.7) Kollisionsproblem blir mycket enklare om man använder Lorentztransformationen för energi och rörelsemängd. Den finns inte i boken, men har samma form som Lorentztransformationen för tid och position:

$$\begin{aligned} p'_x &= \gamma(p_x - \frac{\beta}{c} E) \\ p'_y &= p_y \\ p'_z &= p_z \\ E' &= \gamma(E - \beta c p_x) \end{aligned}$$

Här har vi att den totala impuls i laboratoriesystemet $p = p_A + p_B = 0$. Totala energi i laboratoriesystemet $E = E_A + E_B = 2\gamma mc^2$. Den totala energi i A:s vilosystem är $E' = \gamma(E - 0) = 2\gamma^2 mc^2$. Eftersom $E' = E'_A + E'_B$ har vi

$$E'_B = E' - E'_A = (2\gamma^2 - 1)mc^2 = \left(\frac{2}{1 - \beta^2} - \frac{1 - \beta^2}{1 - \beta^2}\right) mc^2 = \frac{1 + \beta^2}{1 - \beta^2} mc^2.$$