

Lösningar till omtentan FTF II (FyC703) (Fredag 20-4-2001)

Uppgift 1

- a) Gittret är enkel kubisk: (100), (110), (111), (200), (210), (211), (220), (221) där $h^2+k^2+l^2 = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$
- b) Einsteinfrekvensen är ungefär $10 \text{ THz} = h \cdot 10^{13} / k_B \approx 500 \text{ K}$.
- c) Γ och vid R är punkter med samma kubiska symmetri som gittret. Där finns ingen skillnad i energi mellan en longitudinell våg i x-riktning och en x-polariserad transversell våg i y-riktningen: atomernas positionerna är desamma.
- d) Toppar i fonontillståndstätheten uppstår vid energier där grupphastigheten är låg i stora områden i Brillouin-zonen. Enligt Fig. 2 kan man vänta sig det vid 3 THz (kring M), vid 6 THz (kring Σ , R, Λ och X) och vid de optiska grenerna.

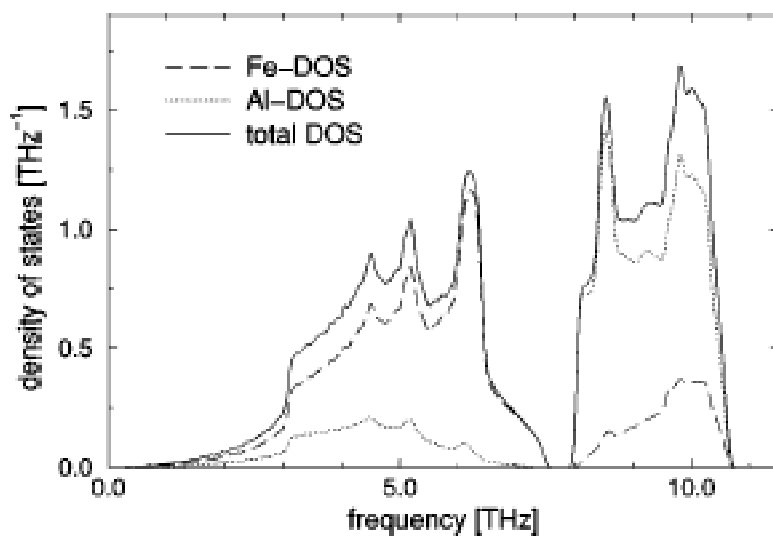


FIG. 3. Theoretical total and partial phonon density of states for B2-FeAl.

- e) Den longitudinella akustiska gren är så brant vid Γ eftersom kraftkonstanten är stor längs kroppsdiametralen, där atomerna ligger nära varandra.
- f) Den longitudinella akustiska grenens lutning i [110]-riktningar ger ljudhastigheten. Grenen extrapoleras till 16 THz vid M. Vågvektorn vid M är $\sqrt{2} \pi/a = 1,527 \text{ \AA}^{-1}$. Ljudhastigheten är då $2\pi f/k = 6600 \text{ m/s}$
- g) Vågvektorn vid R är $\sqrt{3} \pi/a = 1,87 \text{ \AA}^{-1}$. En fri elektron med denna vågvektor har en energi $\hbar^2 k^2 / 2m = 13,3 \text{ eV}$. Den akustiska fonons frekvens med samma kristallmomentum är 6 THz eller 25 meV, drygt 500 gånger mindre.
- h) I [100] riktningen oscillera plan med endast järnatomer mot plan med endast aluminium. De järnplanen har en massa ungefär två gånger så hög som de aluminiumplanen. Frekvenserna förhåller sig alltså som $1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$ se figur 7 på sida 105). Så frekvenserna vid skulle vara $9,6 / \sqrt{3} = 5,5 \text{ THz}$ och $7,8 \text{ THz}$.

Uppgift 2

a) Koppar och nickel har fcc-struktur med hkl alla jämna eller alla udda:
(111) (200), (220), (311), (222)

b) Hur stor är Fermi-vektorn i [100]-riktningen i koppar? (1p)

Enligt s. 41-42 ligger zongränsen i kubiska riktningar vid $2\pi/a = 2\pi/3,61 = 1,74 \text{ \AA}^{-1}$.
Elektronbandet korsar Fermi-nivån på ungefär 83 % av X, alltså $k_F = 1,45 \text{ \AA}^{-1}$.

c) $k=1.74 \text{ \AA}^{-1}$, det ger en energi 11,5 eV

d) Extrapolering av dispersionskurvan ger ungefär samma resultat som ritningen i c). Gapet är drygt en eV, kristallpotentialen amplitud alltså drygt en eV (ekv 7.6) (eventuellt 0,5 eV enligt fig 9, s. 192).

e) Med inte mer än den här linjen i Brillouin-zonen kan man inte säga så mycket. Men man kan se att det finns här fler övergångar med samma energi närmare X med en energi på drygt 3 eV (blått ljus) än nära området där fri-elektronbanden korsar Fermi-nivån (kring 2 eV). Blått blir alltså mer absorberat, och det ger en relativ hög reflektivitet för rött.

f) Se sida 625.

g) Det elektroniska bidraget till C_v är så mycket större i nickel än i koppar för att det finns många fler tillstånd inom ett område kT kring Fermi-nivån. Med andra ord, tillståndstätheten vid E_F är mycket större i nickel (på grund av $3d$ -band).

Uppgift 3 (2p)

Frågan gällde diamantstrukturen, där man i de kubiska riktningen har fyra parallella plan med lika stor elektrontäthet. Det ger Braggreflektion när de är alla i fas, och det sker vid (400), (800), osv.

Uppgift 4

En metall har resistivitet $\rho = 2,35 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$ och en Hallkonstant $-5,6 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{A}\cdot\text{s}$.

a) Elektronkoncentrationen är $1,11 \cdot 10^{29} \text{ m}^{-3}$; ekv (6.17) ger en Fermi-energi på 8,45 eV.

b) Relaxationstiden $\tau = m/ne^2\rho = R_H m/ep = 1.35 \cdot 10^{-14} \text{ s}$.

c) Elektronernas mobilitet $\mu = 1/(ne\rho) = R_H/\rho = 0,024 \text{ m}^2/\text{V}\cdot\text{s}$.