Born-Bethe formeln för α-partiklar

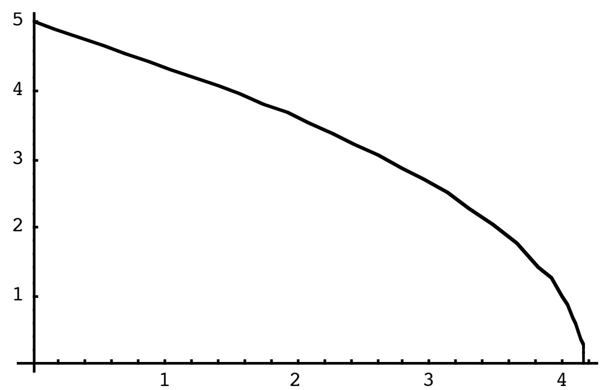
Det här är bara ett exempel av vad man kan göra med ett datorprogram för symbolisk algebra. Här använder jag Mathematica. Physica liknade den väldigt mycket.

Born-Bethe-formeln säger alltså bland annat att laddade partiklarnas förluster av kinetisk energi är omvänt proportionella mot deras kinetiska energi. Derivatan av energi till x är omvänt proportionell mot energi, alltså får vi differentialekvationen E' = -C/E.
Mathematica kan lösa en sådan integralekvation symbolisk. Men för att få en graf behövs det några tal. Vi tar konstanten till 3, och vi tar som randvillkor att börja med en energi Eo= 5 MeV.

```
In[1]:= Cnstnt = 3;
        En0 = 5;
        BornBethe = Energy'[x] == - Cnstnt / Energy[x];
        InitialValue = Energy[0] == En0;
        Solution = First[DSolve[{BornBethe, InitialValue}, Energy[x], x]]
```

Out[5]= $\left\{\text{Energy}[x] \to \sqrt{2}\,\sqrt{\frac{25}{2} - 3\,x}\right\}$

```
In[6]:= Plot[Energy[x] /. Solution, {x, 0, 5^2 / (2 Cnstnt)}];
```



Lösningen är en halv parabel på sin sida.

Vi ser att partiklarna tappat all kinetisk energi efter drygt 4 längdenheter. Det kan vara centimeter (i luft) eller mikrometer (i ett fast ämne). Vad vi inte ser är att det finns en breddning. Det skulle man kunna lägga in, men det blir extra jobb.

Genom att ta derivatan av denna kurva, får vi Bragg-kurvan, som visar var partiklarna deponerar sin energi. Vi upprepar funkionen:

```
In[7]:= Energy[x] /. Solution
```

Out[7]= $\sqrt{2}\,\sqrt{\frac{25}{2} - 3\,x}$

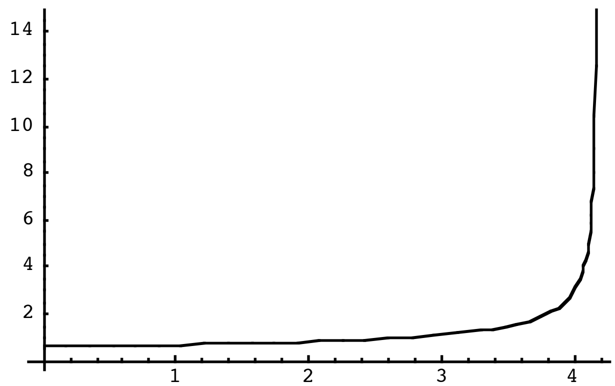
Vi tar derivatan till x ("%" stor för det sista resultatet):

```
In[8]:= D[%, x]
```

Out[8]= $$-\frac{3}{\sqrt{2}\,\sqrt{\frac{25}{2}-3\,x}}$$

Till slut ritar vi denna funktion, Bragg-kurvan:

```
In[9]:= Plot[-%, {x, 0, 5^2/(2 Cnstnt)}];
```



Man ser att derivatan divergerar mot kurvans slut. men man kan tänka sig att om den första funktionen hade varit breddad med t ex någon Gauss-kurva, att derivatan skulle ha visat en fin Bragg-topp.