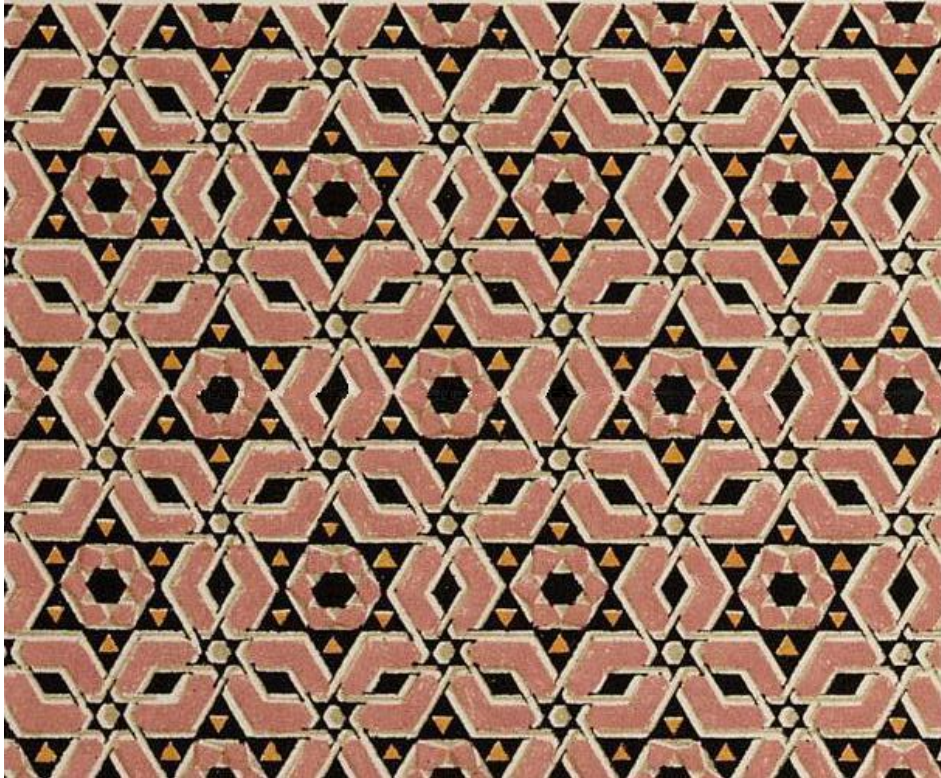


**Problem 1.** The figure below shows an arabian geometric pattern.



a) Draw in the figure a translation vector  $\mathbf{T}$  that leaves the pattern unchanged. (1p)

*Lösning:* Det finns förstås oändligt många möjligheter.

1

b) Draw two primitive base vectors  $\mathbf{a}$  and  $\mathbf{b}$ , and a primitive unit cell. (1p)

*Lösning:* Arealen ska vara lika stor som den röda rutan i figuren.

1

c) Indicate all the lattice points within the figure that are generated by  $\mathbf{a}$  and  $\mathbf{b}$ . (1p)

*Lösning:* Var konsekvent:  $\mathbf{R} = n\mathbf{a} + m\mathbf{b}$ .

1

d) Draw a rectangular unit cell in the figure. How many lattice points does it contain? (1p)

*Lösning:* 3

1

**Problem 2.** Potassium chloride KCl has the NaCl structure. The lattice constant is 6.29 Å. Young's modulus is 29.63 GPa. The band gap is 8.5 eV. The refractive index is 1.49.

a) How large is the equilibrium distance between nearest neighbours? (1p)

*Lösning:* 3.15 Å

1

b) Estimate the force constant between nearest neighbours. (1p)

*Lösning:*  $k = Y a_0 = 29.63 \cdot 10^9 \times 3.15 \cdot 10^{-10} = 9.33 \text{ N/m}$ .

1

c) Given that the resonance frequency is  $4.25 \cdot 10^{12}$  Hz, what is your estimate for the reduced mass of KCl (answer in atomic units)? (1p)

*Lösning:*

We know  $\omega = 2\pi f = \sqrt{k/m}$ , so  $m = \frac{k}{\omega^2} = \frac{9.33}{(2.67 \cdot 10^{13})^2} = 1.31 \cdot 10^{-26} \text{ kg} = 7.88 \text{ amu}$ .

(This comes out a factor 2 to low, because we neglected a factor  $\sqrt{2}$  in the formula for the resonance frequency of the diatomic chain.)

1

d) What is the Einstein temperature of KCl? (1p)

*Lösning:*

$\theta_E = hf/k_B = 230 \text{ K}$ .

1

e) Sketch a graph of the specific heat of KCl as a function of temperature. Indicate units on both axes. (1p)

*Lösning:*

1

---

**Problem 3.** Compare in a figure the stress-strain curves of a ductile material with a Young's modulus of 30 GPa and a brittle material with a Young's modulus of 20 GPa (units on axes). (2p)

*Lösning:*

Turton figur 3.1 och 3.18.

2

Explain why some materials crack, while other materials experience plastic deformation. (2p)

*Lösning:*

Turton kap. 3.8.

2

**Problem 4.** Gold (atomic weight 197) has density  $19,3 \text{ g/cm}^3$ . There is one valence electron per atom. Gold crystallizes in the *fcc*-structure with lattice parameter  $4,08 \text{ \AA}$ . The resistivity at room temperature is  $2,2 \mu\Omega \text{ cm}$ .

a) How large is the drift velocity in a gold wire with 1mm diameter if the current is 2 A? (1p)

*Lösning:*

Guld innehåller  $193/197 \approx 0,1 \text{ mol/cm}^3$  och med en valenselektron per atom är det  $0,1eN_A = 0,1F \approx 10^4 \text{ C/cm}^3 = 10 \text{ C/mm}^3$ . Trådets tvärsnittsarea är  $\pi d^2/4 = 0,79 \text{ mm}^2$ , så trådet innehåller ungefär  $8 \text{ C/mm}$ . Det passerar 2 coulomb per sekund, så laddningsbärarnas drifhastighet är ungefär en fjärdedels millimeter per sekund.

1

b) How fast will the temperature of this thread rise? (1p)

*Lösning:*

Trådets motstånd är  $\rho/A = 22 \cdot 10^{-6}/0,79 \cdot 10^{-2} = 28 \cdot 10^{-4} \Omega/\text{cm}$ . Värmeutvecklingen är  $P = IV = I^2R = 2^2 \times 28 \cdot 10^{-4} = 1,11 \text{ mW/cm}$ . Guldets värmekapacitet är  $3R$  per mol, alltså  $2,5 \text{ J/K per cm}^3$ . Trådets värmekapacitet är då  $0,79 \cdot 10^{-2} \times 25 = 20 \text{ mJ/cm}$ . Uppvärmningen blir då  $1,11/20 = 0,055 \text{ K/s}$ .

1

c) How large is the deBroglie wavelength of the fastest electrons? (1p)

*Lösning:*

Fermi-energin är  $8,82 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ ;  $\lambda_{dB} = h/p = h/\sqrt{2mE_F} = 5,23 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ . Avståndet mellan elektronerna är ungefär lika som avståndet mellan atomerna:  $\sqrt{2}a/2 = 2,88 \text{ \AA}$ . De-Broglie-våglängden är alltså nästan två gånger så stor.

Mera allmänt:  $\lambda_{dB} = h/\sqrt{2mE_F} = h/\sqrt{\hbar^2(\sqrt[3]{3\pi^2n})^2} = 2\pi\sqrt[3]{\frac{1}{3\pi^2n}}$ . Det är alltid ungefär två gånger så stort som medelavståndet  $n^{-1/3}$ .

1

d) How long is the electron mean free path? (1p)

*Lösning:*

$v_F = \sqrt{2E_F/m} = 1,39 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ ;  $\tau = \frac{m}{\rho n e^2} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31}}{2,2 \cdot 10^{-8} \times 5,9 \cdot 10^{28} \times (1,6 \cdot 10^{-19})^2} = 2,73 \cdot 10^{-14} \text{ s}$ ;  $\lambda = \tau v_F = 380 \text{ nm}$ .

1

**Problem 5.** A *pn* diode was made halfway in a 2 mm long silicon rod with 0.01 mm<sup>2</sup> cross section. The doping on the *p*-side är  $2.5 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$  and on the *n*-side  $1.0 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$ . The width of the depletion layer on the *n*-sidan är 1,08  $\mu\text{m}$ .

a) How large is the electrical field over the *pn* junction? (1p)

*Lösning:*

Laddningen i utarmningsskiktet på *p*-sidan är  $10^{20} \times 1,08 \cdot 10^{-6} \times 1,6 \cdot 10^{-19} = 1,73 \cdot 10^{-5} \text{ C/m}^{-2}$ . Enligt Gauss lag är fältet då  $\frac{Q/A}{\epsilon_r \epsilon_0} = 1,6 \cdot 10^5 \text{ V/m}$ .

1

b) How large is the contact potential (the built-in potential)? (1p)

*Lösning:*

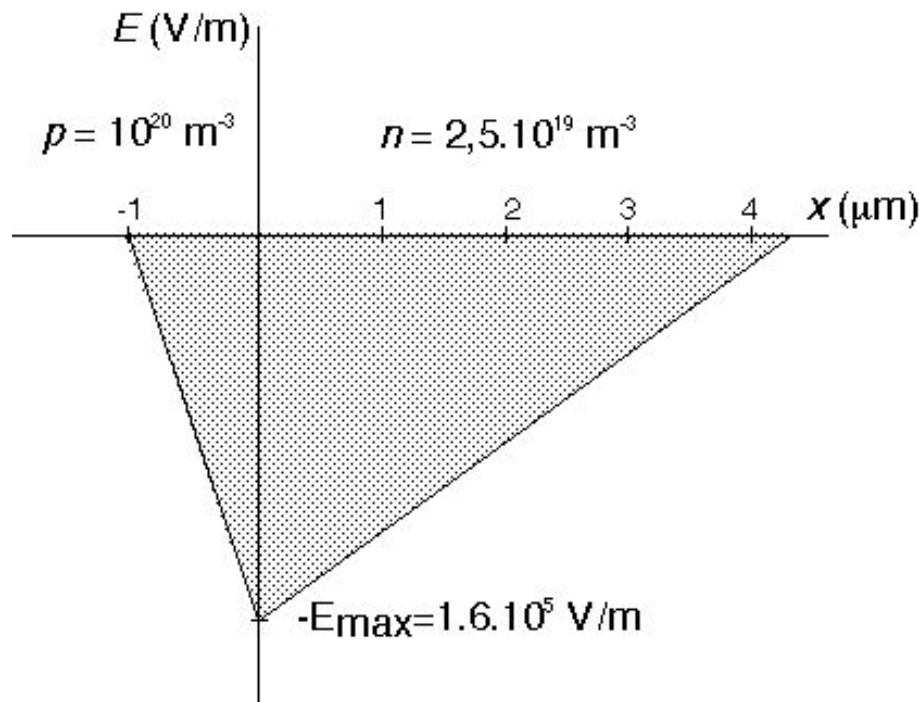
Laddningarna måste vara lika stora på båda sidor så att övergången är neutral. Eftersom dopningskoncentrationen är fyra gånger lägre, måste utarmningsskiktet vara fyra gånger bredare, dvs 4,3  $\mu\text{m}$ .

1

c) Disregarding the junction area, how large is the ohmic resistance of this device? (1p)

*Lösning:*

1



d) Explain why the junction blocks the current in the reverse direction. (1p)

*Lösning:*

Vid motspänning ökar spänningen över *pn*-övergången. Fältstyrkans integral måste alltså bli större, och det sker genom att utarmningsområdet (spärskiktet) blir bredare, ungefär proportionellt mot roten ur potentialskillnaden. Det maximala fältet tilltar med samma faktor.

Diffusionsströmmen avtar och försvinnar eftersom det är få majoritetsbärare som har tillräckligt med termisk energi för att diffundera till andra sidan. Den i Si-dioder ganska försumbara driftströmmen ökar inte, så länge det inte uppstår någon lavin-effekt (Zener) av accelererande laddningsbärare i det starka elektriska fältet.

1