

Problem 1. Betrakta en Volvo S80 V8: <http://www.cartoday.com/content/magazine/roadtests/pdfs/2007/03/01/Volvo%20S80%20V8.pdf>

a) Visa att accelerationstiden från vila till 100 km/t är förenlig med uppgifterna om motorns effekt. (1p)

Lösning:

Vid en hastighet på 100 km/h är bilens kinetiska energi $mv^2/2 = 1879 (100/3,6)^2/2 = 725$ kJ. Denna energi utvecklas i 6,93 sekunder, så att den genomsnittliga effekten under denna tid blir 105 kW. Detta är förenligt med grafen över motoreffekt vid lägre varvtal.

1

b) Hur stor är i denna test accelerationen vid hastigheten 100 km/t? (1p)

Lösning: Tangenten till hastighet som funktion av tid har vid 100 km/t en lutning på ungefär $9 \text{ (km/t)/s} = 2,5 \text{ m/s}^2$.

1

c) Visa att uppgiften om motorns maximala vridmoment (*torque*) är förenlig med uppgiften om motorns effekt. (1p)

Lösning:

Tabellen ger maximal vridmoment $\tau = 440 \text{ N}\cdot\text{m}$ vid 3950 varv per minut eller 65,8 varv per sekund. I en rotationsperiod utför en kraft F som verkar vid en radie r ett arbete $W = F \cdot s = F \cdot 2\pi r = 2\pi\tau$. Effekten blir då $P = W/t = 65,8 \times 2\pi \times 440 = 182$ kW. Svaret stämmer med värdet i grafen för detta varvtalet.

1

d) Eftersom luftmotståndet ökar med kvadratet av hastigheten, är det det som begränsar hur fort en bil kan åka. Luftmotståndet ges av $F_{\text{drag}} = \frac{1}{2}\rho v^2 c_d A$, där c_d är en aerodynamisk faktor (*drag coefficient*) och A är bilens projekterade yta (*frontal area*). Ge en dimensionsanalys för denna formel. (1p)

Lösning: Högerledens dimension: $(\text{M}\cdot\text{L}^{-3})\cdot(\text{L}\text{ T}^{-1})^2\cdot\text{L}^2 = \text{M}\cdot\text{L}\cdot\text{T}^{-2}$ stämmer med kraft $F = ma$.

1

e) Luftens densitet $\rho \approx 1,2 \text{ kg/m}^3$. Beräkna utgående från bilens maximala effekt hur stor maxhastigheten skulle vara om man försummade rullmotståndet. (1p) Alternativ: uppskatta en undergräns för motorns effekt utgående från maxfart. (0,5p)

Lösning:

Maxfart är v . Luftmotståndet är proportionellt mot hastigheten i kvadrat, och lika stort som bilens framdrivande kraft. Per tidsenhet åker bilen ett avstånd v och utför arbete $W = F_{\text{drag}} \cdot v = \frac{1}{2}\rho v^3 c_d A$. En undergräns för motorns effekt vid 70 m/s blir 165 kW. Omvänt, med 232 kW skulle motorn kunna övervinna luftmotståndet upp till en hastighet

1

$$v = \sqrt[3]{\frac{2P}{\rho c_d A}} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 232 \cdot 10^3}{1,2 \times 0,29 \times 1,77}} = 78 \text{ m/s} = 282 \text{ km/h.}$$

f) Uppskatta friktionskoefficienten för gummi på asfalt utgående från bromssträckan. Är detta en statisk eller en dynamisk friktionskoefficient? (1p)

Lösning: $\mu = F_{\text{hor}}/F_{\text{vert}} = a_{\text{hor}}/g$; $a_{\text{hor}} = \frac{100/3,6}{2,94} = 9,45 \text{ m/s}^2$; $\mu = 0,96$; detta är den statiska friktionskoefficienten (bilen har ABS).

1

Problem 2. En flod är 2000 m bred och flyer fram i en rak fåra. Vattnet har en hastighet av 1 m/s. Från en ort A på den ena stranden skall en båt, vars hastighet i förhållande till vattnet är 5 m/s, avgå till en ort B på den andra sidan mitt emot en punkt C som ligger 1000 meter uppströms från A. Hur lång tid tar överfärden om båten antas röra sig längs en rät linje? (2p)

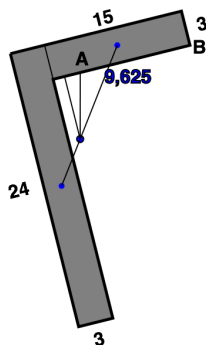
Lösning:

Båtens hastighet har komponenter parallell och vinkelrätt på floden: $v_{\perp} = v \cos \phi$ och $v_{\parallel} = v \sin \phi$, där ϕ är vinkeln mellan båtens fartrikning och en linje tvärs över floden. Det finns två ekvationer $t v_{\perp} = 2000$ och $t v_{\parallel} = 1000 + t$. Systemet $\{\cos \phi = \frac{400}{t}; \sin \phi = \frac{200}{t} + \frac{1}{5}\}$ har en lösning vid $t = 500$ s = 8 minuter 20 sekunder.

2

Problem 3. En 'vinkelhake' med dimensioner (mått i cm) som i figuren hänger på ett smalt, cylindriskt, horisontellt stift A. Friktionskoefficienten mellan vinkelhaken och stiftet är 0,25. Hur stort måste avståndet AB minst vara för att vinkelhaken inte ska glida ner? Vinkelhaken är av stål och har överallt tjocklek 3 mm. (3p för fullständiga och tydliga svar)

Lösning:



När vinkelhaken hänger under en vinkel med tangens 0,25 är den på gränsen att glida ner. Tyngdpunkten ligger då rakt under stift A. För att hitta tyngdpunkten delar vi formen i två delar, 24 cm respektive 12 cm långa. Tyngdpunkten ligger 1,0 cm från den ena armen och 5,5 cm under den andra armen. Punkten A är då hörnpunkt av en rätvinklig triangel med räta sidor 5,5 respektive 5,5/4 cm och hypotenusan längs vertikalen. A hamnar 9,6 (9,625) cm från B.

3

Problem 4. En friktionsfritt lagrad skiva med tröghetsmomentet $0,10 \text{ kgm}^2$ igångsätts genom att man drar med en konstant kraft på 12 N i en kring axeln ($r = 12 \text{ cm}$) lindad tråd.

a) Hur stor blir trådens linjära acceleration? (1p)

Lösning:

Trådens acceleration är r gånger skivans vinkelacceleration: $r\alpha = r\tau/I = Fr^2/I = 12 \times 0,12^2/0,10 = 1,73 \text{ m/s}^2$.

1

b) Hur långt har man dragit ut tråden när skivans vinkelhastighet är 12 rad/s ? (1p)

Lösning:

Vinkelaccelerationen $\alpha = \tau/I = 14,4 \text{ rad/s}^2$. Med $\omega = \alpha t$ uppnås den vinkelhastigheten efter $t = 0,833 \text{ s}$. Tråden har då dragits ut $s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 1,728 \times 0,833^2 = 0,60 \text{ m}$. Koll med den tidlösa formeln $\omega^2 = 2\alpha\theta$ ger $\theta = 5$ radianer eller $5 \times 0,12 = 0,60 \text{ m}$.

1

c) Hur många varv har skivan då roterat? (1p)

Lösning:

Se ovan: 5 radianer eller $5/(2\pi) = 0,80$ varv, alternativ $0,60/2\pi r = 0,80$ varv.

1