

1 Inlämningsuppgift 23-2

1.1 En båt på sjön

En motorbåt mitt på en vindstill stor sjö gör 10 knop på en kurs rakt norrut vid $t = 0$. Det finns hela tiden en acceleration på $0,027 \text{ m/s}^2$ mot babord, vinkelrät på hastigheten.

1.1.1 Farten efter 5 minuter

Eftersom acceleration står vinkelrät på hastigheten, ändras endast hastighetens riktning, inte dess storlek. Farten är alltså densamma som initialhastighetens storlek, $v = 10 \text{ knop} = 10 \text{ sjömil eller distansminuter per timme}$. Eftersom avståndet från ekvator till pol är $90^\circ = 90 \times 60' \approx 10\,000 \text{ km}$, är en sjömil lika med $\frac{10000}{90 \times 60} = 1,852 \text{ km}$. Farten är alltså $18,52 \text{ km/h} = 18,52 \times \frac{1000}{3600} = 5,14 \text{ m/s}$.

1.1.2 Hastigheten efter 5 minuter

Vi behöver nu bara fartens riktning efter 5 minuter. Den konstanta accelerationen vinkelrät på fartriktningen gör att båten åker runt i en uniform cirkelrörelse. Vi måste veta perioden för att veta riktningen: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \frac{v}{a} = 1197 \text{ s} \approx 20 \text{ minuter}$. Fem minuter motsvarar alltså en kvarts omloppsperiod. Fartriktningen har då ändrats 90° och båten åker västerut.

1.1.3 Förflyttning under 5 minuter

Förflyttningens riktning är nordväst, dess storlek är cirkelns korda som vid 90° är $\sqrt{2}$ gånger cirkelbanans radie. Radien r är cirkelns omkrets/ $2\pi = \frac{Tv}{2\pi} = \frac{1997 \times 5,14}{2\pi} = 980 \text{ m}$. Förflyttningens storlek är då $1,38 \text{ km}$.

1.2 Pendelrörelse

Betrakta en kula som svänger som en pendel.

1.2.1 Acceleration i de högsta punkten

I de högsta punkten har vinkeln θ sitt största värde. Vinkelhastigheten $\omega = \dot{\theta}$ går då genom noll, men vinkelaccelerationen $\ddot{\theta}$ är stor. Det ger en tangentiell acceleration (vinkelrät på snöret) mot mindre vinklar. Eftersom hastigheten är noll, är den centripetale accelerationen noll. Den totala accelerationen har då endast en tangentiell komponent.

1.2.2 Acceleration i pendelns lägsta punkt

I pendelns lägsta punkt, är vinkelhastigheten maximal och därmed är dess derivata vinkelaccelerationen $\ddot{\theta} = 0$. Det finns alltså ingen tangentiell komponent i accelerationen. Men cirkelrörelsens hastighet är stor, och därför finns det en centripetal acceleration, rakt uppåt.